



TITLE:

不平衡送電線路における過渡現象
解析方法に関する研究(
Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

猪野, 朋敦

CITATION:

猪野, 朋敦. 不平衡送電線路における過渡現象解析方法に関する研究. 京都大学, 1997, 博士(工学)

ISSUE DATE:

1997-07-23

URL:

<https://doi.org/10.11501/3128561>

RIGHT:

不平衡送電線路における過渡現象解析方法
に関する研究

平成9年1月

猪野朋敦

不平衡送電線路における過渡現象解析方法に関する研究

平成9年1月

猪 野 朋 敦

内 容 梗 概

架空送電線路の研究に線路の過渡現象解析モデルが用いられる目的は、大別して、次の２項目である。

１）電力系統の合理的な絶縁設計を行うための過電圧解析

２）電力系統の挙動予測・確認のためのシミュレーション

一方、電力需要の増大によりUHV大電力送電およびUHV基幹系統の構築が必要とされており、また近年のパワーエレクトロニクス的发展により、直流系統の強化および静止無効電力調整装置の設置などに見られるように、可制御型機器を用いた高機能の電力系統の構築が要求されている。過渡現象解析モデルもこのような状況に対応して改良される必要があり、前記の１）項に対しては、

（１）線路の表皮効果および大地の影響の考慮や、UHV化に伴う燃架の困難さによる不平衡の表現などが強く要求される。

前記の２）項については、前記（１）項にすでに述べた要求に加えて、

（２）電力系統を構成する大規模な回路網の過渡現象を解析するためには、電子計算機による回路網の定式化が容易である必要があり、回路素子としての線路モデルもこれに合致した構成とする必要がある。また、

（３）起動、停止ならびに機器および線路故障の発生からその復旧に至るまでの可制御機器の挙動を広範に予測・確認することが重要になる。

上記のような目標を達成するためには低周波域を含む広範な周波数帯域の高精度の不平衡のモデル化が要求され、モデルの精密化に伴い解析時間も長くなってくる。しかし実用的には限られた時間で解析しなければならず、そのためには低周波域および不平衡のモデル化により増加する計算量を極力抑え、解析効率を改善することが重要になってくる。

現状における過渡現象解析の改良すべき課題は上に述べたようであるが、このような課題を解決し、新しいシミュレーションの手法を開発することが本研究の目的である。そのために次のような事柄の研究を目指した。

（１）不平衡の表現方法

（２）開発した表現方法の評価

（３）過渡現象解析効率の改善

本論文は「不平衡送電線路における過渡現象解析方法に関する研究」と題し、7章よりなる。

第1章では、線路の不平衡問題の現状と問題点を示して、それを解決する本研究の立場と目的を明らかにしている。

第2章では、まず従来の線路定数の周波数依存性、Bergeron法の基本について述べ、更に本研究で用いたモード空間および相空間における不平衡の表現方法を示した後、固有値・固有ベクトルの周波数連続化の方法、モード変換行列・モードサージアドミタンスの新しい正規化方法を示して、モード変換行列系の物理的性質を明らかにするための手段を考究している。

第3章では不平衡をモード空間で表現したモデルの構成に関し、強い周波数依存性を持つモード変換行列系の近似方法を示した後、その物理的性質を明らかにしている。また、低周波数域の周波数特性を検討して、モード変換行列系の周波数依存特性の安定化の方法を見出している。次に等価回路による近似方法を検討して数値解の精度を評価し、期待した成果が得られたことを示している。

第4章では不平衡を相空間で表現したモデルの構成に関し、相サージアドミタンスおよび伝搬特性の周波数依存特性を検討し、これらの近似方法を考案して、数値解を得てその精度を現地測定結果との比較で評価し、良好な結果を得たことを述べている。

第5章では変換行列を定数で近似する従来のモデルによる解析結果と本研究のモデルによる解析結果とを比較し、各手法の精度、計算時間等を述べている。

第6章では線路の応答を幾つかの遅速グループに区分し、各グループに適切な時間刻みを適用して解析効率を改善する方法を示し、この手法を適用して解析効率が改善できたことを述べている。

7章では、本論文の結果を要約している。

目 次

第1章 結 論	1
1.1 過渡現象解析の動向と課題	1
1.2 本研究の目的	3
1.3 本論文の内容	4
第2章 不平衡線路への Bergeron 法の拡張	5
2.1 結 言	5
2.2 線路定数の周波数依存性	6
2.3 不平衡送電線路の Bergeron モデル	11
2.3.1 モード枠 Bergeron モデルの構成	11
2.3.2 変形モード枠 Bergeron モデルの構成	18
2.3.3 相枠 Bergeron モデルの構成	20
2.3.4 二回線線路の取り扱い	22
2.4 周波数依存特性の構成	23
2.4.1 固有値および固有ベクトルの構成	24
2.4.2 固有値および固有ベクトルの周波数に対する連続化	27
2.4.3 周波数依存特性の算定	28
2.5 モード枠および相枠 Bergeron モデルの周波数依存特性	30
2.5.1 固有値および固有ベクトルの周波数連続性の検証	31
2.5.2 固有値の性質と形態	34
2.5.3 モード枠 Bergeron モデルの周波数依存特性	36
2.5.4 変形モード枠 Bergeron モデルの周波数依存特性	39
2.5.5 相枠 Bergeron モデルの周波数依存特性	40
2.6 結 言	42
第3章 モード枠の Bergeron 等価回路の構成とその精度	43
3.1 結 言	43
3.2 モード枠の Bergeron 等価回路の構成と過渡現象の解析方法	43
3.2.1 モード枠周波数依存特性の近似方法	43

3.2.2	周波数依存特性の時間領域の数値解法	48
3.2.3	モード枠 Bergeron 等価回路の構成	56
3.2.4	Bergeron 等価回路を用いた過渡現象の解析方法	59
3.3	変換行列系の周波数依存特性とそのインパルス応答の性質	62
3.3.1	因果律の充足条件と変換行列系の性質	62
3.3.2	変換行列系の性質に関する検討	69
3.3.3	線路定数の変更による変換行列系の周波数依存特性の変化	72
3.4	モード枠 Bergeron モデルの精度の検討	75
3.4.1	交流解の構成	75
3.4.2	二次項導入の時間解における効果	76
3.4.3	因果律の充足問題に起因する近似誤差の影響	78
3.4.4	等価回路によるモード枠モデルの構成とその精度	79
3.5	結 言	85
第4章	相枠の Bergeron 等価回路の構成とその精度	87
4.1	緒 言	87
4.2	周波数依存特性の近似方法とその精度	87
4.2.1	相枠および回路枠の周波数依存特性の特徴とその近似方法	87
4.2.2	相枠および回路枠の周波数依存特性の近似精度の検討	95
4.2.3	相枠 Bergeron 等価回路の構成	102
4.3	相枠の Bergeron 等価回路による解析結果と現地測定結果の比較	105
4.3.1	直流架空線路のインパルス応答	105
4.3.2	交流二回線線路のインパルス応答	109
4.4	周波数依存特性の近似精度と長時間解析の精度	115
4.5	結言	118
第5章	相枠 Bergeron モデルと従来のモード枠 Bergeron モデルの比較	119
5.1	緒言	119
5.2	線路およびモデルの近似精度と解析内容	119
5.3	ステップ応答の比較	120

5.3.1	交流一回線線路	120
5.3.2	交流二回線線路	123
5.3.3	中性線帰路方式双極二回線直流線路	126
5.4	周波数応答の比較	129
5.4.1	交流一回線線路	129
5.4.2	交流二回線線路	130
5.4.3	中性線帰路方式双極二回線直流線路	131
5.5	演算処理量の比較	133
5.6	結言	134
第6章	過渡現象解析効率の改善	135
6.1	緒言	135
6.2	数値解法における乗算の分布と応答の遅速によるグループ化	135
6.3	マルチステップを適用した相枠の Bergeron 等価回路の構成	137
6.4	マルチステップ適用の妥当性の検証	142
6.5	結言	146
第7章	結 論	147
	謝 辞	149
	参考文献	150
	付 録	153
1.	変換行列系の周波数依存特性	153
2.	固有値の複素不一致度	157
3.	周波数依存特性と安定な伝達関数による近似結果の比較	160
4.	二回線線路の回線枠周波数依存特性の例	162
5.	周波数依存特性の近似諸元と近似詳細の例	164
6.	EMTP の近似誤差指標と近似誤差	171
	著者発表論文目録	172

第 1 章

緒 論

第1章 緒 論

1. 1 過渡現象解析の動向と課題

電力系統の解析に架空送電線の過渡現象解析モデルが用いられる目的は、大別して、次の2項目である。

1) 電力系統の合理的な絶縁設計を行うための過電圧解析

2) 電力系統の挙動予測・確認のためのシミュレーション

一方、電力需要の増大によりUHV大電力送電およびUHV基幹系統の構築が必要とされており、また近年のパワーエレクトロニクス的发展により、直流系統の強化および静止無効電力調整装置の設置などに見られるように、可制御型機器等を用いた高性能の電力系統の構築が要求されている⁽¹⁾。上記、2)はこのような状況下で、従来に増して重要になって来た分野である。

線路の過渡現象解析モデルもこのような状況に対応して改良される必要があり、上記の1)項に関しては、

(1) 線路の表皮効果および大地の影響⁽²⁾の考慮や、UHV化に伴う撚架の困難さによる不平衡の表現などが強く要求される。

前記の2)項については、前記(1)項にすでに述べた要求に加えて、

(2) 起動、停止ならびに機器および線路故障の発生からその復旧に至るまでの可制御機器の挙動を広範に予測・確認することが重要になり、広帯域かつ長時間の解析が要求される。また、

(3) 電力系統を構成する大規模な回路網の過渡現象を解析するためには、回路網の定式化が容易である必要があり、回路素子としての線路モデルもこれに合致した構成とする必要がある。

著者等は前記2)に関し、Nelson River直流系統(カナダ国、Manitoba電力)の各種試験の測定結果とEMTP(Electro Magnetic Transient Program)^(3,4)を用いたシミュレーション結果を比較する機会を得た^(5,6)。この比較から、線路定数の周波数依存性を考慮した分布定数モデルによる解析は、単一周波数で評価した線路定数を用いた π 型等価回路による解析に比し、システムの応答を良く表現できることを認識し、この分野における広帯域の線路モデルの研究に着手した。

従来、線路のサージ現象の解析法にはBewleyの反射・透過の概念に基づく方法と

Bergeron 法に基づく方法があり⁽⁷⁾、それぞれに多数の論文が発表されている。しかし、前記(1)に関し、不平衡の効果を取り入れた解析方法の研究は少ない。

多相線路の過渡現象解析モデルには、相空間の電圧および電流を座標変換によりモード電圧とモード電流に移し、主要な計算処理をモード空間で行う方法⁽⁸⁻¹⁹⁾と、解析座標を相電圧と相電流に取り、相空間(実空間)で取り扱う方法⁽²⁰⁻²³⁾がある。線路の振る舞いを定める諸量は相空間の取り扱いでは相伝搬時間と相減衰特性および相サージアドミタンス(インピーダンス)の周波数依存特性であり、モード空間の取り扱いではモード伝搬時間と座標変換行列(モード変換行列)、モード減衰特性およびモードサージアドミタンスの周波数依存特性である。ここで、表皮効果および大地の影響を取り入れた不平衡線路のモード変換行列は一般に実定数とはならず複素数であり、周波数依存性を有する。

表皮効果および大地の影響を考慮した解析モデルの研究は先ずモード減衰特性およびモードサージアドミタンスの周波数依存特性の表現方法に関し、Bewleyの反射・透過の概念およびBergeron法に基づく解析法の両分野で行われ^(8-12, 14-19)、これらの研究では変換行列は実定数として取り扱われた。

次いで、不平衡の表現方法に関し、不平衡交流一回線線路の変換行列の周波数依存特性を表現する研究が報告された⁽¹³⁾。しかし、この報告と前後して、不平衡交流一回線および二回線線路に関し、複素変換行列の周波数依存特性を考慮した解析結果とこれを実定数で近似して得られた解析結果の差違は小さいとの報告がなされた^(16, 24-25)。この報告の後、Bergeron法を用いた研究の主分野は変換行列の周波数依存特性を実定数で近似し、モード減衰特性およびモードサージアドミタンスの周波数依存特性を時間領域で解くための数値解法の研究に移行した^(11-12, 14-19)。これらの研究により、相乗積分の計算に荷重係数法を用いる従来の数値解法に比べ、計算時間を大きく改善する巡回形の相乗積分を用いる数値解法が確立された。

その後、線路の不平衡の表現に関し、垂直導体配置を有する二回線交流線路における変換行列の周波数依存性は大であるとの報告があり⁽²⁶⁾、また過渡現象解析にフーリエまたはラプラス順および逆変換を用いた解析法⁽²⁰⁻²²⁾、および相乗積分に従来の荷重係数法を用いた解析法⁽²³⁾が報告された。これらの方法はいずれも相空間で定式化されているため、変換行列の周波数依存性は自動的に取り込まれ、不平衡を含むすべての周波数依存性を取り扱い得る解析法である。以上は、前記(1)に関し、著者が研

究に着手した時点での各方面の研究成果である。

フーリエまたはラプラス順変換および逆変換を用いる周波数変換法は、非線形素子および不連続条件の取り扱いに関する当初の難点が克服されており、高速フーリエ変換および直線近似による改良周波数変換の利点を活かし得る回路網の解析には有力な方法である⁽²⁰⁻²²⁾。しかしながら、多数のスイッチング素子および非線形系を含む回路網の解析に関しては必ずしも容易ではない。

一方、相乗積分法に属し、Bergeron法に基づきH. W. Dommelにより提唱されたBergeron等価回路を用いる過渡現象解析法⁽⁹⁾は、電力系統を構成する各種要素をノードコンダクタンスと電流源を用いて表現できるため、回路網の定式化が極めて容易であり、また、多数のスイッチング素子、非線形系を含む回路網の取り扱いにも何等困難はない。しかし、不平衡を取り扱い得る従来の相乗積分法^(13, 23)は相乗積分に荷重係数法を用いていること、またBergeron等価回路による表現ではないことから、計算時間および回路網の定式化に難点があった。

以上の見地から、本研究では巡回形の相乗積分を用いたBergeron等価回路をもとに前述の課題を解決するものとした。しかし、ここで、不平衡を表現する為の座標の選定に関し、モード空間および相空間のいずれが適切であるかは未解明の分野である。特にモード空間の取り扱いにおいては、モード変換行列およびサージアドミタンスの表現の基礎となる数学的、物理的性質の解明も、通常の固有値解析手法を用いると固有値・固有ベクトルが複素平面上で互いに交錯しその属性が不明確となる、いわゆるモードクロスの問題^(27, 28)があり、十分ではなかった。また、冒頭に述べた(3)を達成するためには低周波域を含む広範な周波数帯域の高精度の不平衡の表現が必要となり、その結果として解析時間も長くなってくる。しかし実用的には限られた時間で解析しなければならず、そのためには低周波域および不平衡の表現に伴い増加する計算量を極力抑え、解析効率を改善することが重要になってくる。

1. 2 本研究の目的

現状における過渡現象解析の改良すべき課題は前節に述べたようであるが、このような課題を解決し、Bergeron法による新しいシミュレーションの手法を開発することが本研究の目的である。そのために次のような事柄の研究を目指した。

(1) Bergeron法による不平衡の表現方法

- (2) 開発した表現方法の評価
- (3) 過渡現象解析効率の改善

1. 3 本論文の内容

本論文は「不平衡送電線路における過渡現象解析方法に関する研究」と題し、7章よりなる。

1章「緒論」では、線路の不平衡問題の現状と問題点を示して、それを解決する本研究の立場と目的を明らかにしている。

2章「不平衡線路へのBergeron法の拡張」では、まず従来の線路定数の周波数依存性、Bergeron法の基本について述べ、さらにモード空間および相空間による不平衡の表現方法を示した後、固有値・固有ベクトルの周波数に対する連続化の方法⁽²⁸⁾、変換行列・モードサージアドミタンスの新しい正規化方法⁽²⁹⁾を示して、モード変換行列系の物理的性質を明らかにするための手段を考究している。

3章「モード枠のBergeron等価回路の構成とその精度」では強い周波数依存性を持つ変換行列系の近似方法を見出した後⁽²⁸⁾、モード変換行列系の物理的性質を明らかにし、線路の低周波域の周波数依存性を検討して、モード変換行列系の周波数依存特性の安定化の方法を見出している。更に等価回路による近似方法を検討して数値解の精度を評価し、期待した成果が得られたことを示している⁽³⁰⁾。

4章「相枠のBergeron等価回路の構成とその精度」では、相空間で表現したサージアドミタンスおよび伝搬特性の周波数依存特性を検討し、これらの近似方法を考案して新しいBergeron等価回路を提案し^(31,32)、数値解を得てその精度を現地試験との比較で評価し、良好な結果を得たことを述べている⁽³⁵⁾。

5章「相枠Bergeronモデルと従来のモード枠Bergeronモデルの比較」では、従来のモード枠モデルによる解析結果と本研究の新しいモデルによる解析結果を比較し、両手法の精度、計算時間等を述べている。

6章「過渡現象解析効率の改善」では、線路の応答を幾つかの遅速レベルでグループ化し、各グループに適正な時間刻みを適用して計算時間を短縮する方法を提案し、この手法を適用して解析効率が改善できたことを述べている⁽³²⁾。

7章「結論」では、本論文の結果を要約している。

第 2 章

不平衡線路への Bergeron 法の拡張

第2章 不平衡線路への Bergeron 法の拡張

2. 1 緒言

本研究では先ず周波数に依存した線路定数を算定する必要があり、このため従来から用いられてきた EMTP (Electro Magnetic Transients Program) ⁽³⁻⁴⁾ を使用した。

次に線路の過渡現象解析で線路の不平衡を表現するためには、母体となる表現方法を選ぶ必要がある。従来、線路の過渡現象を数値的に解析する方法は数多く提案されており、これらは、(1) 相乗積分を用い、時間領域で計算する方法 ^(8-19, 23)、(2) フーリエまたはラプラス順変換および逆変換を用いて時間解を得る方法 ⁽²⁰⁻²²⁾、に分類できる。(2)の方法は非線形素子および不連続条件の取り扱いに関する当初の難点が克服されており、高速フーリエ変換および直線近似による改良周波数変換の利点を活かして得る回路網の解析には有力な方法である。しかしながら、多数のスイッチング素子および非線形系を含む回路網の解析に関しては必ずしも容易ではない。

一方、上記(1)に属し、Bergeron 法に基づき H. W. Dommel により提唱された Bergeron 等価回路を用いる過渡現象解析法 ⁽⁹⁾ は、電力系統を構成する各種要素をノードコンダクタンスと電流源を用いて表現できるため、回路網の定式化が極めて容易であり、多数のスイッチング素子、非線形系を含む回路網の取り扱いにも何等困難はない。また、大電力系統を分割して解けること ⁽⁵⁻⁶⁾ に特徴がある。これらを考慮して、本研究の不平衡の表現方法には Bergeron 法を用いた。

この章ではこれら既存の研究成果を取り入れ、モードおよび相空間で表現した Bergeron モデルを構成する ^(28-29, 31, 35)。

次に、前記モード空間で表現したモデルの適用にはモード諸量(モード変換行列、モードサージアドミタンスおよび伝搬特性)の数学的、物理的性質の解明が重要であるが、これら諸量の周波数に対する連続性に関し、従来、固有値の計算処理に起因して、固有値が複素平面上で互いに交差し周波数に対し固有値の互いの属性が見失われる、いわゆるモードクロスの問題があり、十分な解明がなされていなかった。このため、周波数に対する連続化手法を考究し、中性線帰路方式双極二回線直流線路の固有値の性質等を検討して、上記手法の有効性を実証する ⁽²⁸⁾。また、モード諸量の物理的性質の解明の一助として、固有ベクトルおよびモードサージアドミタンスの新規の正規化手法に基づく新しいモデルを構成する ⁽²⁹⁾。更に、モードおよび相空間で表現した伝搬特性から伝搬時間を算出する方法を示す ^(28, 31, 35)。

2. 2 線路定数の周波数依存性

線路定数（インダクタンス、抵抗、キャパシタンス）が周波数に依存して変化する要因として、近接効果、表皮効果および大地の影響がある。この内、近接効果がキャパシタンスに及ぼす影響は、通常の送電線路の導体配置では小さいため、無視される。一方、表皮効果および大地の影響は実効抵抗およびインダクタンスに大きく影響する。従って、後者は広範な周波数帯域を取り扱う過渡現象解析で考慮すべき必須要件である。以下に本研究で利用した EMTP による線路定数の計算方法を示す。

（1）線路インピーダンス

（a）表皮効果 鋼心アルミより線を構成する鋼の導電率はアルミのそれに比して十分小さい。また鋼心の軸方向に対するアルミより線中の電流による起磁力はアルミより線各層のより方向が互いに逆であり、一般により線層数が偶数であるため、相殺される。以上の理由から、鋼心アルミより線の表皮効果は、より線の鋼心部分を中空導体とみなして計算される⁽⁴⁾。鋼心アルミより線の中空部半径、導体外側半径をそれぞれ $q[m]$ 、 $r[m]$ と置き（図 2.2.1）、アルミの抵抗率、透磁率および角周波数をそれぞれ $\rho[\Omega \cdot m]$ 、 $\mu[H/m]$ および $\omega[\text{rad/sec}]$ と置く。この

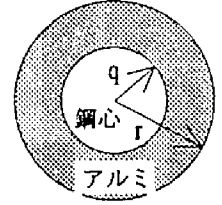


図 2.2.1 中空導体

とき、導体内部の電流と導体内部の磁束との鎖交および導体内部の抵抗に起因する内部インピーダンス $Z_{in}(\omega)$ は、修正ベッセル関数 I_0, I_1, K_0, K_1 を用いて、次式で表される⁽⁴⁾。

$$Z_{in}(\omega) = R_{in}(\omega) + jX_{in}(\omega) = \frac{\rho m}{2\pi r D} \{I_0(mr)K_1(mq) + K_0(mr)I_1(mq)\} [\Omega/km] \quad (2.2.1)$$

$$\text{ここで、} j = \sqrt{-1}, \quad D = I_1(mr)K_1(mq) - I_1(mq)K_1(mr)$$

$$m = \sqrt{j\omega\mu/\rho}, \quad \mu = \mu_o\mu_s = 4\pi \times 10^{-4} \mu_s$$

（b）大地の影響 大地上にはられた導体（図 2.2.2 参照）の抵抗およびインダクタンスの周波数依存性は J. R. Carson により解析された⁽²⁾。これによれば、導体 i の自己インピーダンスおよび導体 i, k 間の相互インピーダンス Z_{ii} および Z_{ik} はそれぞれ次式で与えられる。

$$Z_{ii}(\omega) = \{R_{in}(\omega) + \Delta R_{ii}(\omega)\} + j\left\{\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{2h_i}{r_i} + X_{in}(\omega) + \Delta X_{ii}(\omega)\right\} \quad (2.2.2a)$$

$$Z_{ik}(\omega) = \Delta R_{ik}(\omega) + j\left\{\omega \frac{\mu_o}{2\pi} \ln \frac{D_{ik}}{d_{ik}} + \Delta X_{ik}(\omega)\right\} \quad (2.2.2b)$$

ここで、(2.2.2a)、(2.2.2b) 式中の R_{in}, X_{in} は既に (2.2.1) 式で与えられている。

また、 ΔR , ΔX は大地帰路に対する Carson の補正項である。これら補正項は角度 ϕ とパラメータ $a = 4\pi\sqrt{5} \times 10^{-4} D\sqrt{f/\rho}$ からなる関数となる⁽⁴⁾。ここで、 f , ρ は周波数、大地の抵抗率である。 $a \leq 5$ のとき、(2.2.3a) および (2.2.3b) 式を用いる。パラメータ a 中の D 、(2.2.3a) および (2.2.3b) 式中の ϕ の取り扱い、自己抵抗およびリアクタンスの計算では $D = 2h_i$, $\phi = 0$ と置き、相互抵抗およびリアクタンスの計算では $D = D_{ik}$, $\phi = \phi_{ik}$ と置く。また、(2.2.3a) および (2.2.3b) 式で表される級数は行が追加される毎に、係数の添字、指数および ϕ に掛かる倍数が4ずつ増す。計算は級数が収束するまで項数を増して行う。

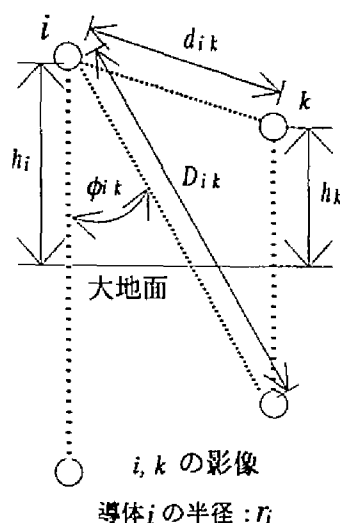


図 2.2.2 大地上に張られた導体

$$\Delta R = 4\omega \times 10^{-4} \left\{ \frac{\pi}{8} \right. \\ \left. - b_1 a \cos \phi + b_2 [(c_2 - \ln a) a^2 \cos 2\phi + \phi a^2 \sin 2\phi] + b_3 a^3 \cos 3\phi - d_4 a^4 \cos 4\phi \right. \\ \left. - b_5 a^5 \cos 5\phi + b_6 [(c_6 - \ln a) a^6 \cos 6\phi + \phi a^6 \sin 6\phi] + b_7 a^7 \cos 7\phi - d_8 a^8 \cos 8\phi \right. \\ \left. - \dots \dots \dots \right\} \quad [\Omega / km] \quad (2.2.3a)$$

$$\Delta X = 4\omega \times 10^{-4} \left\{ \frac{1}{2} (0.6159315 - \ln a) \right. \\ \left. + b_1 a \cos \phi - d_2 a^2 \cos 2\phi + b_3 a^3 \cos 3\phi - b_4 [(c_4 - \ln a) a^4 \cos 4\phi + \phi a^4 \sin 4\phi] \right. \\ \left. + b_5 a^5 \cos 5\phi - d_6 a^6 \cos 6\phi + b_7 a^7 \cos 7\phi - b_8 [(c_8 - \ln a) a^8 \cos 8\phi + \phi a^8 \sin 8\phi] \right. \\ \left. + \dots \dots \dots \right\} \quad [\Omega / km] \quad (2.2.3b)$$

ここで、係数 b , c および d は以下の規則により算定する。

$$b_i = b_{i-2} \frac{\text{sign}}{i(i+2)}; \quad i \text{ が奇数の時、} b_1 = \sqrt{2}/6、\text{偶数の時、} b_2 = 1/16$$

$$c_i = c_{i-2} + \frac{1}{i} + \frac{1}{i+2}, \quad c_2 = 13659315, \quad d_i = \frac{\pi}{4} b_i$$

また、 sign は4項毎に正負を替える ($i = 1, 2, 3, 4$ のとき $\text{sign} = +1$ 、 $i = 5, 6, 7, 8$ のとき $\text{sign} = -1$ 、以下同様)。

$a > 5$ のときには次式を用いる。パラメータ a 中の D および式中の ϕ の取り扱いとは前式での取り扱いと同じである。

$$\left. \begin{aligned} \Delta R &= \left(\frac{\cos \phi}{a} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\phi}{a^2} + \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 5\phi}{a^5} - \frac{45 \cos 7\phi}{a^7} \right) \frac{4\omega \times 10^{-4}}{\sqrt{2}} [\Omega / \text{km}] \\ \Delta X &= \left(\frac{\cos \phi}{a} - \frac{\sqrt{2} \cos 2\phi}{a^2} + \frac{\cos 3\phi}{a^3} + \frac{3 \cos 5\phi}{a^5} - \frac{45 \cos 7\phi}{a^7} \right) \frac{4\omega \times 10^{-4}}{\sqrt{2}} [\Omega / \text{km}] \end{aligned} \right\} \quad (2.2.4)$$

多数の導体からなる線路のインピーダンスは行列（インピーダンス行列）で表現される。このとき、前記インピーダンスの計算式からインピーダンス行列は対称となる。また、導体の地上高、導体間距離が異なればインピーダンス行列の各対角要素は互いに異なり、非対角要素も互いに異なってくる。インピーダンス行列の対角要素が互いに相等しく、かつ非対角要素が互いに相等しいとき、インピーダンス行列は平衡していると言う。従って現実の線路のインピーダンス行列は一般には不平衡である。

(2) 電位係数と線路アドミタンス

電位係数の計算には良く知られた通常の計算式⁽⁴³⁾を用いる。多数の導体からなる電位係数は線路インピーダンスと同様に行列（電位係数行列）で表現される。電位係数行列はインピーダンス行列と同様、対称であり、また一般には不平衡である。線路アドミタンス行列は電位係数行列の逆行列に角周波数を掛けて求める。線路アドミタンス行列もまた対称であり、一般には不平衡である。

(3) 架空地線の取り扱い

鉄塔への雷撃等、架空地線の直接の効果を取り入れて過渡現象解析を実施する場合を除き、架空地線の電圧および電流は架空地線の効果を持続したまま過渡現象解析から除外する。これを行うには、架空地線を含めた全導体についてのインピーダンス行列および電位係数行列を構成した後、架空地線の対地電位が零である条件を用いて前記行列を縮約する⁽⁴⁾。

今、インピーダンス行列の縮約に関し、電力線の対地電位および電流ベクトルをそれぞれ、 V_p および I_p 、架空地線のそれらをそれぞれ V_g および I_g と置き、始端からの距離を x と置けば、架空地線の対地電位は零であるから、次式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} \partial V_p / \partial x \\ \partial V_g / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{pp} & Z_{pg} \\ Z_{gp} & Z_{gg} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_p \\ I_g \end{bmatrix} \quad (\partial V_g / \partial x = 0, \quad Z_{gp} = Z_{pg}^t) \quad (2.2.5)$$

ここで、 Z_{pp} および Z_{pg} 等はインピーダンス行列の各部分行列であり、 Z'_{pg} は Z_{pg} の転置行列を表わす。この式から、架空地線縮約後のインピーダンス行列 Z'_{pp} は次式で与えられる。

$$Z'_{pp} = Z_{pp} - Z_{pg} Z_{gg}^{-1} Z_{gp} \quad (2.2.6)$$

架空地線縮約後の電位係数行列も同様処理手順で得られる。

(4) 束導体のインピーダンスおよびアドミタンス

各相を構成する束導体 (図 2.2.3) の各導体が個別に存在するものとしてインピーダンス行列および電位係数行列を構成した後、束導体を構成する各導体が同電位である条件を用い、各導体の電流または電荷の和を用いてインピーダンス行列および電位係数行列を縮約し、束導体を等価な単一導体に置換する⁽⁴⁾。

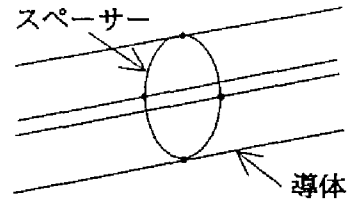


図 2.2.3 束導体の構成

今、インピーダンス行列の縮約に関し、第 j 相の各導体の電圧および電流から成る電圧ベクトルおよび電流ベクトルを V_j および I_j とおいて次式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} \partial V_1 / \partial x \\ \vdots \\ \partial V_{n-1} / \partial x \\ \partial V_n / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,n-1} & Z_{1,n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{n-1,1} & \cdots & Z_{n-1,n-1} & Z_{n-1,n} \\ Z_{n,1} & \cdots & Z_{n,n-1} & Z_{n,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.2.7)$$

ここに、 $Z_{k,k}$ ($k=1,n$) はインピーダンス行列の部分行列であり、第 k 相の導体数 m を次元数とする正方行列である。また $Z_{j,k}$ は第 j 相の導体数を l 、第 k 相の導体数を m とすると、 $l \times m$ 行列である。ここで第 n 相の電圧および電流ベクトルを (2.2.8) 式で与え、(2.2.7) 式に代入、展開すれば、(2.2.9) 式を得る。

$$V_n = [v_{n1} \ v_{n2} \ \cdots \ v_{nm}], \quad I_n = [i_{n1} \ i_{n2} \ \cdots \ i_{nm}] \quad (2.2.8)$$

$$\begin{bmatrix} \partial V_1 / \partial x \\ \vdots \\ \partial V_{n-1} / \partial x \\ \partial v_{n1} / \partial x \\ \partial v_{n2} / \partial x \\ \vdots \\ \partial v_{nm} / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,n-1} & (Z_{1,n})_{1C} & (Z_{1,n})_{2C} & \cdots & (Z_{1,n})_{mC} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ Z_{n-1,1} & \cdots & Z_{n-1,n-1} & (Z_{n-1,n})_{1C} & (Z_{n-1,n})_{2C} & \cdots & (Z_{n-1,n})_{mC} \\ \hline (Z_{n,1})_{1L} \cdots (Z_{n,n-1})_{1L} & (Z_{n,n})_{1,1} & (Z_{n,n})_{1,2} & \cdots & (Z_{n,n})_{1,m} \\ (Z_{n,1})_{2L} \cdots (Z_{n,n-1})_{2L} & (Z_{n,n})_{2,1} & (Z_{n,n})_{2,2} & \cdots & (Z_{n,n})_{2,m} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (Z_{n,1})_{mL} \cdots (Z_{n,n-1})_{mL} & (Z_{n,n})_{m,1} & (Z_{n,n})_{m,2} & \cdots & (Z_{n,n})_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ i_{n1} \\ i_{n2} \\ \vdots \\ i_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.2.9)$$

ここで、 $(Z_{n,1})_{kL}$ 、 $(Z_{1,n})_{kC}$ 等はそれぞれ行列 $Z_{n,1}$ 、 $Z_{1,n}$ の第 k 行、第 k 列等を表し、 $(Z_{n,n})_{jk}$ は行列 $Z_{n,n}$ の jk 要素等を表す。次に、第 n 相の束導体の条件式、(2.2.10) 式を (2.2.9) 式に代入整理して、(2.2.11) 式を得る。

$$\left. \begin{aligned} v_n &= v_{n1} = v_{n2} = \cdots = v_{nm} \\ i_n &= i_{n1} + i_{n2} + \cdots + i_{nm} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.10)$$

$$\begin{bmatrix} \partial V_1 / \partial x \\ \vdots \\ \partial V_{n-1} / \partial x \\ \hline \partial v_n / \partial x \\ \partial v_n / \partial x \\ \vdots \\ \partial v_n / \partial x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,n-1} & (Z_{1,n})_{1C} & (Z'_{1,n})_{2C} & \cdots & (Z'_{1,n})_{mC} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n-1,1} & \cdots & Z_{n-1,n-1} & (Z_{n-1,n})_{1C} & (Z'_{n-1,n})_{2C} & \cdots & (Z'_{n-1,n})_{mC} \\ \hline (Z_{n,1})_{1L} & \cdots & (Z_{n,n-1})_{1L} & (Z_{n,n})_{1,1} & (Z'_{n,n})_{1,2} & \cdots & (Z'_{n,n})_{1,m} \\ (Z_{n,1})_{2L} & \cdots & (Z_{n,n-1})_{2L} & (Z_{n,n})_{2,1} & (Z'_{n,n})_{2,2} & \cdots & (Z'_{n,n})_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (Z_{n,1})_{mL} & \cdots & (Z_{n,n-1})_{mL} & (Z_{n,n})_{m,1} & (Z'_{n,n})_{m,2} & \cdots & (Z'_{n,n})_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ \hline i_n \\ i_{n2} \\ \vdots \\ i_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.2.11)$$

ここで、 $(Z'_{j,n})_{kC} = (Z_{j,n})_{kC} - (Z_{j,n})_{1C}$ 、 $(Z'_{n,n})_{jk} = (Z_{n,n})_{jk} - (Z_{n,n})_{j,1}$ 等である。今、(2.2.11) 式の下 $m-1$ 行から下 m 行の先頭の行を差し引いて整理すれば次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \partial V_1 / \partial x \\ \vdots \\ \partial V_{n-1} / \partial x \\ \partial v_n / \partial x \\ \hline 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,n-1} & (Z_{1,n})_{1C} & (Z'_{1,n})_{2C} & \cdots & (Z'_{1,n})_{mC} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n-1,1} & \cdots & Z_{n-1,n-1} & (Z_{n-1,n})_{1C} & (Z'_{n-1,n})_{2C} & \cdots & (Z'_{n-1,n})_{mC} \\ \hline (Z_{n,1})_{1L} & \cdots & (Z_{n,n-1})_{1L} & (Z_{n,n})_{1,1} & (Z'_{n,n})_{1,2} & \cdots & (Z'_{n,n})_{1,m} \\ \hline (Z''_{n,1})_{2L} & \cdots & (Z''_{n,n-1})_{2L} & (Z''_{n,n})_{2,1} & (Z'''_{n,n})_{2,2} & \cdots & (Z'''_{n,n})_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ (Z''_{n,1})_{mL} & \cdots & (Z''_{n,n-1})_{mL} & (Z''_{n,n})_{m,1} & (Z'''_{n,n})_{m,2} & \cdots & (Z'''_{n,n})_{m,m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ \hline i_n \\ \hline i_{n2} \\ \vdots \\ i_{nm} \end{bmatrix} \quad (2.2.12)$$

ここで、 $(Z''_{n,1})_{kL} = (Z_{n,1})_{kL} - (Z_{n,1})_{1L}$ 、 $(Z''_{n,n})_{k,1} = (Z_{n,n})_{k,1} - (Z_{n,n})_{1,1}$ 、

$$(Z'''_{n,n})_{j,k} = (Z'_{n,n})_{j,k} - (Z'_{n,n})_{1,k}$$

(2.2.12) 式から第 n 相を等価な単一導体に置換した次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \partial V_1 / \partial x \\ \vdots \\ \partial V_{n-1} / \partial x \\ \partial v_n / \partial x \end{bmatrix} = Z_N \begin{bmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_{n-1} \\ i_n \end{bmatrix}, \quad Z_N = Z_{pp} - Z_{pc} Z_{cc}^{-1} Z_{cp} \quad (2.2.13)$$

ここで、

$$Z_{pp} = \begin{bmatrix} Z_{1,1} & \cdots & Z_{1,n-1} & (Z_{1,n})_{1C} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n-1,1} & \cdots & Z_{n-1,n-1} & (Z_{n-1,n})_{1C} \\ (Z_{n,1})_{1L} & \cdots & (Z_{n,n-1})_{1L} & (Z_{n,n})_{1,1} \end{bmatrix}, \quad Z_{pc} = \begin{bmatrix} (Z'_{1,n})_{2C} & \cdots & (Z'_{1,n})_{mC} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ (Z'_{n-1,n})_{2C} & \cdots & (Z'_{n-1,n})_{mC} \\ (Z'_{n,n})_{1,2} & \cdots & (Z'_{n,n})_{1,m} \end{bmatrix}$$

$$Z_{cp} = \begin{bmatrix} (Z''_{n,1})_{2L} & \cdots & (Z''_{n,n-1})_{2L} & (Z''_{n,n})_{2,1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ (Z''_{n,1})_{mL} & \cdots & (Z''_{n,n-1})_{mL} & (Z''_{n,n})_{m,1} \end{bmatrix}, Z_{cc} = \begin{bmatrix} (Z'''_{n,n})_{2,2} & \cdots & (Z'''_{n,n})_{2,m} \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ (Z'''_{n,n})_{m,1} & \cdots & (Z'''_{n,n})_{m,m} \end{bmatrix}$$

以上の処理をすべての束導体について行えば、すべての束導体を単一導体に縮約したインピーダンス行列が得られる。電位係数行列の縮約も同様の手順で行える。

2. 3 不平衡送電線路のBergeronモデル

L. M. Wedepolは多相線路の波動方程式の解法に固有値による解法を取り入れ、サージ現象の解析にモード解析手法を導入した⁽⁸⁾。また、H. W. DommelはBergeron等価回路によるサージ現象の解析手法を導入した⁽⁹⁾。この解析手法は当初、無損失線路に適用された。次いで波動伝搬における減衰特性およびサージアドミタンスの周波数依存特性を考慮したBergeron等価回路^(10,12,14-19)が開発され、更に線路の不平衡を取り入れたBergeron等価回路とその妥当性が検討された^(27-28,30-35)。

Bergeron等価回路は本論文で取り扱う不平衡送電線路の過渡現象解析の基礎となっている。以下、2.3.1節では本研究で利用したモード空間の取り扱いによるBergeronモデル^(28,30)を示し、2.3.2節ではモード変換行列の性質を検討するために新たに考案したBergeronモデルの構成方法⁽²⁹⁾を示す。また、2.3.3節では、相空間（物理空間、実空間）の取り扱いによるBergeronモデル^(31-32,35)を示す。

モード並びに相空間のいずれの取り扱いにおいても、Bergeron等価回路のコンダクタンス行列および電流源は相空間で表される。両取り扱いの差違は、周波数依存性を表現する主要な計算がモード空間の枠組ならびに相空間の枠組のいずれで行われるかにある。このことより、以下ではモード空間での取り扱いはモード枠を、また、相空間での取り扱いは相枠を冠して区分する。

2.3.1 モード枠 Bergeron モデルの構成

モード枠のBergeronモデルを導くための出発点となる方程式、導出過程の説明で用いられる前進波、後進波の定義等は、現状では必ずしも統一されていない。従って、この節ではD' Alembertの基本解に立ち帰り、本研究で用いたBergeronモデルの導出過程、前進波、後進波の定義等を明らかにする。

図2.3.1に示す多相分布架空線路で、単位長の線路抵抗、インダクタンス、コンダクタンスおよびキャパシタンス行列をそれぞれ、 R, L, G および C と置く。ここで、抵抗およびインダクタンス行列、 R および L は2.2節で述べたように周波数あるいは時間に依存する。

今、始端からの距離 x 地点における時刻 t の相電圧、相電流ベクトルを $V_p(x, t)$ 、

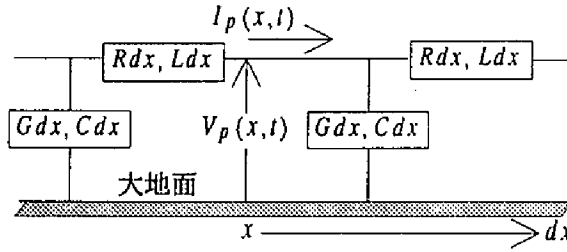


図 2.3.1 多相分布定数線路

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial V_p(x, t)}{\partial x} &= R(t) * I_p(x, t) + L(t) * \frac{\partial I_p(x, t)}{\partial t} \\ -\frac{\partial I_p(x, t)}{\partial x} &= G V_p(x, t) + C \frac{\partial V_p(x, t)}{\partial t} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.1)$$

$I_p(x, t)$ とおけば、上記の相枠の微分方程式が成立する⁽³⁶⁾。ここで*は時間 t に対する相乗積分を表す。(2.3.1) 式にフーリエ順変換を施せば、次式を得る。これを整理して周波数領域における (2.3.3) 式を得る。

$$\left. \begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{\partial V_p(x, t)}{\partial x} e^{-j\omega t} dt &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{ R(t) * I_p(x, t) \} e^{-j\omega t} dt \\ &\quad + \int_{-\infty}^{+\infty} \{ L(t) * \frac{\partial I_p(x, t)}{\partial t} \} e^{-j\omega t} dt \\ \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{\partial I_p(x, t)}{\partial x} e^{-j\omega t} dt &= G \int_{-\infty}^{+\infty} V_p(x, t) e^{-j\omega t} dt + C \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial V_p(x, t)}{\partial t} e^{-j\omega t} dt \end{aligned} \right\} \quad (2.3.2)$$

ここに、 $j = \sqrt{-1}$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial V_p(x, \omega)}{\partial x} &= Z_p(\omega) I_p(x, \omega) \\ -\frac{\partial I_p(x, \omega)}{\partial x} &= Y_p(\omega) V_p(x, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.3)$$

ここで、 ω は角周波数、 $Z_p(\omega) = R(\omega) + j\omega L(\omega)$ および $Y_p(\omega) = G + j\omega C$ はそれぞれ相表現のインピーダンスおよびアドミタンス行列を表す。また、2.2 節の議論 (p. 8) から、これらの行列は対称である。周知のように (2.3.3) 式から更に次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 V_p(x, \omega)}{\partial x^2} &= Z_p(\omega) Y_p(\omega) V_p(x, \omega) \\ \frac{\partial^2 I_p(x, \omega)}{\partial x^2} &= Y_p(\omega) Z_p(\omega) I_p(x, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.4)$$

今、周波数領域におけるモード枠の線路電圧、電流をそれぞれ、 $V_m(x, \omega)$ 、 $I_m(x, \omega)$ と

置き、相枠の線路方程式、(2.3.3) および (2.3.4) 式を (2.3.5) 式で示すモード変換行列、 $T_v(\omega)$ および $T_c(\omega)$ を用いて、モード枠に移せば、モード枠における線路方程式、(2.3.6) および (2.3.7) 式を得る。ここで、変換行列 $T_v(\omega)$ は相空間の電圧とモード空間の電圧の関係を表し、その各列は行列 $Z_p(\omega)Y_p(\omega)$ の固有ベクトルから成る。また、変換行列 $T_c(\omega)$ は電流に関する同様の関係を表し、 $Y_p(\omega)Z_p(\omega)$ の固有ベクトルから成る。以下、モードおよび相の枠組で取り扱う量にはそれぞれ添字、 m および p を付す。

$$\left. \begin{aligned} V_p(x, \omega) &= T_v(\omega) V_m(x, \omega) \\ I_p(x, \omega) &= T_c(\omega) I_m(x, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.5)$$

$$\left. \begin{aligned} -\frac{\partial V_m(x, \omega)}{\partial x} &= Z_m(\omega) I_m(x, \omega) \\ -\frac{\partial I_m(x, \omega)}{\partial x} &= Y_m(\omega) V_m(x, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.6)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 V_m(x, \omega)}{\partial x^2} &= D_{zy}(\omega) V_m(x, \omega) \\ \frac{\partial^2 I_m(x, \omega)}{\partial x^2} &= D_{yz}(\omega) I_m(x, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.7)$$

ここで、(2.3.6) および (2.3.7) 式中の $Z_m(\omega)$ 、 $Y_m(\omega)$ 、 $D_{zy}(\omega)$ および $D_{yz}(\omega)$ は次式で与えられる。

$$Z_m(\omega) = T_v^{-1}(\omega) Z_p(\omega) T_c(\omega) \quad (2.3.8a)$$

$$Y_m(\omega) = T_c^{-1}(\omega) Y_p(\omega) T_v(\omega) \quad (2.3.8b)$$

$$D_{zy}(\omega) = T_v^{-1}(\omega) Z_p(\omega) Y_p(\omega) T_v(\omega) \quad (2.3.9a)$$

$$D_{yz}(\omega) = T_c^{-1}(\omega) Y_p(\omega) Z_p(\omega) T_c(\omega) \quad (2.3.9b)$$

(2.3.9a) 式で表わされる $D_{zy}(\omega)$ が対角行列であれば、 $D_{zy}(\omega)$ はその転置行列 $D_{zy}^t(\omega)$ に等しく、次式が成り立つ。これと (2.3.9b) 式の対比から、(2.3.9b) 式で表わされる $D_{yz}(\omega)$ もまた対角行列となり、(2.3.10) 式の関係が成立する⁽⁸⁾。

$$\left. \begin{aligned} D_{zy}(\omega) &= D_{zy}^t(\omega) = \{T_v^{-1}(\omega) Z_p(\omega) Y_p(\omega) T_v(\omega)\}^t = T_v^t(\omega) Y_p(\omega) Z_p(\omega) \{T_v^{-1}(\omega)\}^t \\ D_{zy}(\omega) &= D_{yz}(\omega) = D_m(\omega) \\ T_v^{-1} &= T_c^t(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.10)$$

更に、(2.3.9a) 式は次式に変形できるから、 $Z_m(\omega)$ および $Y_m(\omega)$ もまた、対角行列

となる⁽⁸⁾。

$$D_{zy}(\omega) = \{T_v^{-1}(\omega)Z_p(\omega)T_c(\omega)\} \{T_c^{-1}(\omega)Y_p(\omega)T_v(\omega)\} = Z_m(\omega)Y_m(\omega)$$

以上から、変換行列 $T_v(\omega)$ または $T_c(\omega)$ により、 $Z_p(\omega)Y_p(\omega)$ または $Y_p(\omega)Z_p(\omega)$ が対角化できれば、モード枠の線路方程式、(2.3.6) および (2.3.7) 式はモード毎に分離でき、各モードには単線条の取り扱いが適用できる。このときモード電圧および電流の一般解は次式で与えられる。

$$V_m(x, \omega) = e^{-\Gamma_m(\omega)x} C_1(\omega) + e^{+\Gamma_m(\omega)x} C_2(\omega) \quad (2.3.11a)$$

$$Z_{ms}(\omega)I_m(x, \omega) = e^{-\Gamma_m(\omega)x} C_1(\omega) - e^{+\Gamma_m(\omega)x} C_2(\omega) \quad (2.3.11b)$$

ここで、 $\Gamma_m(\omega)$ および $Z_{ms}(\omega)$ はモード伝搬定数行列およびサージインピーダンス行列であり、(2.3.12) 式で与えられる。また、 $C_1(\omega)$ 、 $C_2(\omega)$ は x に関するモード枠の境界条件から決まる積分常数であり、モード枠の境界条件は相枠の境界条件を用いて、(2.3.13) 式から決定できる。

$$\left. \begin{aligned} \Gamma_m(\omega) &= \sqrt{D_m(\omega)} \\ Z_{ms}(\omega) &= Z_m(\omega)\Gamma_m^{-1}(\omega) = \sqrt{Z_m(\omega)Y_m^{-1}(\omega)} \end{aligned} \right\} \quad (2.3.12)$$

$$\left. \begin{aligned} V_m(x, \omega) &= T_v^{-1}(\omega)V_p(x, \omega) \\ I_m(x, \omega) &= T_c^{-1}(\omega)I_p(x, \omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.13)$$

今、電圧波のフーリエ解、(2.3.11a) 式と電流波に関するフーリエ解、(2.3.11b) 式の差および和を構成すると⁽⁹⁾、次式が得られる。

$$V_m(x, \omega) - Z_{ms}(\omega)I_m(x, \omega) = 2e^{+\Gamma_m(\omega)x} C_2(\omega) \quad (2.3.14a)$$

$$V_m(x, \omega) + Z_{ms}(\omega)I_m(x, \omega) = 2e^{-\Gamma_m(\omega)x} C_1(\omega) \quad (2.3.14b)$$

次に亘長 l の線路に (2.3.14a) および (2.3.14b) 式を適用する。(2.3.14a) 式に終端条件 ($x=l$) を代入して積分常数 $C_2(\omega)$ を決定した後、始端条件 ($x=0$) を代入すれば、(2.3.15a) 式を得る。同様に、(2.3.14b) 式に始端条件を代入して積分常数 $C_1(\omega)$ を定めた後、終端条件を代入して (2.3.15b) 式を得る。ここに、 $V_m(0, \omega)$ および $I_m(0, \omega)$ は始端のモード電圧、電流であり、 $V_m(l, \omega)$ および $I_m(l, \omega)$ は終端のモード電圧、電流である。

$$V_m(0, \omega) - Z_{ms}(\omega)I_m(0, \omega) = 2e^{-\Gamma_m(\omega)l} \frac{1}{2} \{V_m(l, \omega) - Z_{ms}(\omega)I_m(l, \omega)\} \quad (2.3.15a)$$

$$V_m(l, \omega) + Z_{ms}(\omega)I_m(l, \omega) = 2e^{-\Gamma_m(\omega)l} \frac{1}{2} \{V_m(0, \omega) + Z_{ms}(\omega)I_m(0, \omega)\} \quad (2.3.15b)$$

今、始端および終端ノードをそれぞれ j および k と置き、始端および終端の電圧および電流を $x=0, x=l$ の代りに添字 j および k を用いて表せば (図 2.3.2)、(2.3.15) 式は (2.3.16) 式に書き換えられる。ここで、ノード方程式による回路網解析との適合性を考慮し、終端の電流はノードへの流入方向を正に置き換えている。

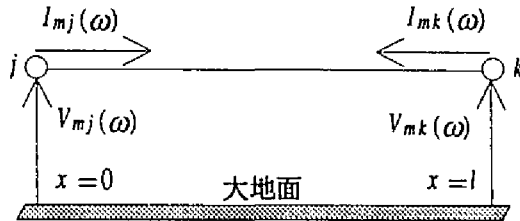


図 2.3.2 線路端の電圧と電流の表示

$$V_{mj}(\omega) - Z_{ms}(\omega)I_{mj}(\omega) = 2e^{-\Gamma_m(\omega)l} \frac{1}{2} \{V_{mk}(\omega) + Z_{ms}(\omega)I_{mk}(\omega)\} \quad (2.3.16a)$$

$$V_{mk}(\omega) - Z_{ms}(\omega)I_{mk}(\omega) = 2e^{-\Gamma_m(\omega)l} \frac{1}{2} \{V_{mj}(\omega) + Z_{ms}(\omega)I_{mj}(\omega)\} \quad (2.3.16b)$$

次に、伝搬特性行列 $e^{-\Gamma_m(\omega)l}$ が伝搬時間行列 τ_m と減衰特性行列 $A_m(\omega)$ を用いて (2.3.17) 式で表現できると仮定する⁽¹⁸⁾。このとき、(2.3.16a) 式右辺の一部を置換する関数、 $B_{mk}(\omega)$ および $B_{mj}(\omega)$ をそれぞれ (2.3.18a) および (2.3.18b) 式で定義すれば、(2.3.16a) 式は (2.3.18c) 式に書き換えられる。

$$G_m(\omega) = e^{-\Gamma(\omega)l} = A_m(\omega)e^{-j\omega\tau_m} \quad (2.3.17)$$

$$B_{mk}(\omega) = \frac{1}{2} \{V_{mk}(\omega) + Z_{ms}(\omega)I_{mk}(\omega)\} \quad (2.3.18a)$$

$$B_{mj}(\omega) = A_m(\omega)e^{-j\omega\tau_m} B_{mk}(\omega) \quad (2.3.18b)$$

$$V_{mj}(\omega) - Z_{ms}(\omega)I_{mj}(\omega) = 2B_{mj}(\omega) \quad (2.3.18c)$$

今、周波数領域での $B_{mk}(\omega)$ 等を時間領域へ逆変換して、 $B_{mk}(t)$ 等とおけば、(2.3.18b) 式は k 端で発生した波 $B_{mk}(t)$ が x の負の方向に伝搬した後、 j 端に到達することを示している。このことより、 $B_{mk}(t)$ および $B_{mj}(t)$ は後進波に属する。同様に、(2.3.16b) 式に関し、 $F_{mj}(\omega)$ および $F_{mk}(\omega)$ をそれぞれ (2.3.19a) および (2.3.19b) 式で定義すれば、(2.3.16b) 式は (2.3.19c) 式に書き換えられる。

$$F_{mj}(\omega) = \frac{1}{2} \{V_{mj}(\omega) + Z_{ms}(\omega)I_{mj}(\omega)\} \quad (2.3.19a)$$

$$F_{mk}(\omega) = A_m(\omega)e^{-j\omega\tau_m} F_{mj}(\omega) \quad (2.3.19b)$$

$$V_{mk}(\omega) - Z_{ms}(\omega)I_{mk}(\omega) = 2F_{mk}(\omega) \quad (2.3.19c)$$

(2.3.19b) 式は j 端で発生した波 $F_{mj}(t)$ が x の正の方向に伝搬した後、 k 端に到達することを示しており、 $F_{mj}(t)$ および $F_{mk}(t)$ は前進波に属する。以上の後進波および前進波の関係を図 2.3.3 に示す。

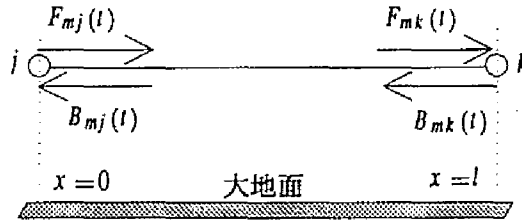


図 2.3.3 前進波と後進波

次に、フーリエ順変換が (2.3.18) および (2.3.19) 式で与えられる前記の前進波および後進波の物理的な意味を検討する。 j 端における入来電圧波および反射電圧波のフーリエ変換をそれぞれ $V'_{mj}(\omega)$ および $V''_{mj}(\omega)$ 、 k 端における入来電圧波および反射電圧波のそれらをそれぞれ $V'_{mk}(\omega)$ および $V''_{mk}(\omega)$ と置き、(2.3.18a) 式の右辺および (2.3.18c) 式の左辺を構成すれば、(2.3.20a) および (2.3.20b) 式が導かれる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \{V_{mk}(\omega) + Z_{ms}(\omega) I_{mk}(\omega)\} &= \frac{1}{2} [V'_{mk}(\omega) + V''_{mk}(\omega) + Z_{ms}(\omega) \left\{ \frac{V''_{mk}(\omega)}{Z_{ms}(\omega)} - \frac{V'_{mk}(\omega)}{Z_{ms}(\omega)} \right\}] \\ &= V''_{mk}(\omega) \end{aligned} \quad (2.3.20a)$$

$$\begin{aligned} V_{mj}(\omega) - Z_{ms}(\omega) I_{mj}(\omega) &= V'_{mj}(\omega) + V''_{mj}(\omega) - Z_{ms}(\omega) \left\{ \frac{V''_{mj}(\omega)}{Z_{ms}(\omega)} - \frac{V'_{mj}(\omega)}{Z_{ms}(\omega)} \right\} \\ &= 2V'_{mj}(\omega) \end{aligned} \quad (2.3.20b)$$

(2.3.18a) 式と (2.3.20a) 式および (2.3.18c) 式と (2.3.20b) 式の比較から、(2.3.21a) 式を得る。同様にして、(2.3.21b) 式が得られる。また、端子電圧、入来電圧および反射電圧の関係から、(2.3.22a) および (2.3.22b) 式が成り立つ⁽¹⁸⁾。

$$B_{mk}(\omega) = V''_{mk}(\omega), \quad B_{mj}(\omega) = V'_{mj}(\omega) \quad (2.3.21a)$$

$$F_{mj}(\omega) = V''_{mj}(\omega), \quad F_{mk}(\omega) = V'_{mk}(\omega) \quad (2.3.21b)$$

$$V''_{mj}(\omega) = V_{mj}(\omega) - V'_{mj}(\omega) \quad (2.3.22a)$$

$$V''_{mk}(\omega) = V_{mk}(\omega) - V'_{mk}(\omega) \quad (2.3.22b)$$

Bergeron 等価回路の表記に前記、前進波・後進波または入来波・反射波のいずれを用いるかについて、方向の概念が必要な前進波・後進波よりも、より直感的な入来波・

反射波の表現が回路網に適合していると考える。従って、本研究では、以下、入来電圧・反射電圧を採用する。これらを用いて（図 2.3.4）、改めて（2.3.18）および（2.3.19）式を書き直せば、（2.3.23a）および（2.3.23b）式となる。

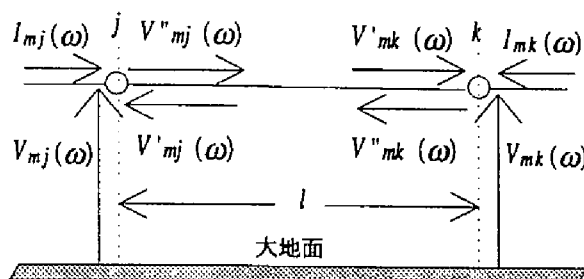


図 2.3.4 入来電圧・反射電圧

$$\begin{aligned} \text{ノード } j: V''_{mk}(\omega) &= \frac{1}{2} \{ V_{mk}(\omega) + Z_{ms}(\omega) I_{mk}(\omega) \} = V_{mk}(\omega) - V'_{mk}(\omega) \\ V'_{mj}(\omega) &= A_m(\omega) e^{-j\omega\tau_m} V''_{mk}(\omega) \\ V_{mj}(\omega) - Z_{ms}(\omega) I_{mj}(\omega) &= 2V'_{mj}(\omega) \end{aligned} \quad (2.3.23a)$$

$$\begin{aligned} \text{ノード } k: V''_{mj}(\omega) &= \frac{1}{2} \{ V_{mj}(\omega) + Z_{ms}(\omega) I_{mj}(\omega) \} = V_{mj}(\omega) - V'_{mj}(\omega) \\ V'_{mk}(\omega) &= A_m(\omega) e^{-j\omega\tau_m} V''_{mj}(\omega) \\ V_{mk}(\omega) - Z_{ms}(\omega) I_{mk}(\omega) &= 2V'_{mk}(\omega) \end{aligned} \quad (2.3.23b)$$

$$Y_{ms}(\omega) = Z_{ms}^{-1}(\omega) = \Gamma_m(\omega) Z_m^{-1}(\omega) = \sqrt{Y_m(\omega) Z_m^{-1}(\omega)} \quad (2.3.23c)$$

以上の関係を総合して、線路定数の周波数依存効果および線路の不平衡を取り入れたモード枠の Bergeron モデルの構成を下图に示す（18.27-28）。

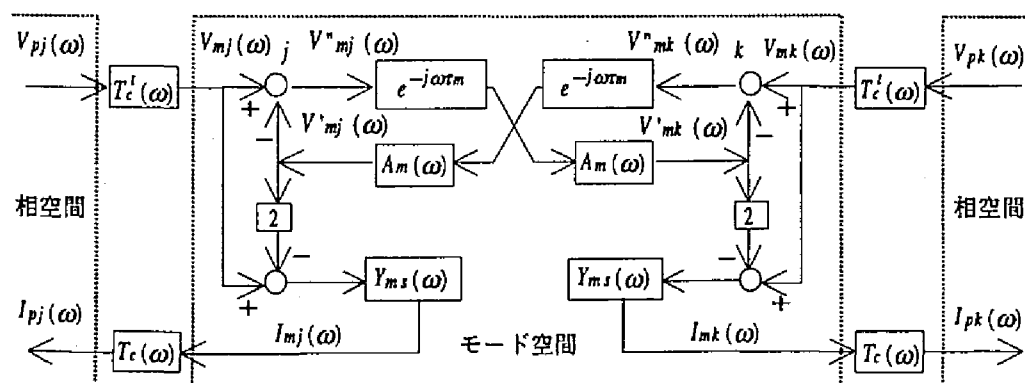


図 2.3.5 モード枠Bergeronモデルの構成

なお、図中の $Y_{ms}(\omega)$ はモードサージアドミタンスであり、(2.3.23c)式で与えられる。

このモデルのモード減衰特性およびモードサージアドミタンスはモード毎に独立して取り扱えるため、これらの周波数依存特性を表現すべき要素の数は線路の両端について $4n$ となる。ここに、 n は相の数（モードの数に等しい）である。

このモデルを平衡線路に適用する場合、変換行列 $T_c(\omega)$ および $T_c'(\omega)$ は実定数となるため、周波数依存特性を表現すべき全要素数は前述の $4n$ でよく、相枠の Bergeron モデル (2.3.3節、p. 20) の $4n^2$ に比し、少ないという特徴がある。一方、このモデルの不平衡線路への適用では、変換行列は一般に周波数依存特性を持つ。このとき、固有ベクトルの要素の1つを1と置く正規化手法を用いて変換行列を構成すれば、変換行列の周波数依存特性を表現すべき要素の数は $4n^2-4n$ となる。従って、周波数依存特性を表現すべき全要素数は $4n^2$ となり、相枠の Bergeron モデルのそれと同じになる。

従来、不平衡線路におけるモード変換行列の取り扱いについて、モード変換行列を実定数として近似した解析結果とモード変換行列の周波数依存特性を考慮した解析結果を比較し、両者の差違は小さいとの報告があり⁽²⁴⁻²⁵⁾、不平衡線路のモード変換行列は実定数で近似されて来た⁽¹⁹⁾。一方、不平衡線路の過渡現象を高精度で解析するためには、変換行列の周波数依存特性をも表現すべきとの観点から、L. Martiは変換行列の周波数依存特性を取り入れた前述のモード枠の Bergeron モデルをケーブル線路へ適用した⁽²⁷⁾。次いで著者はこのモデルを架空線路へ適用し、変換行列およびモードサージアドミタンスに因果律の充足問題が存在することを明らかにした^(28, 30)。ここで因果律は、与えられた周波数特性 $H(\omega)$ のフーリエ逆変換 $h(t)$ が $h(t)=0, t<0$ 、 $|h(t)|<M, t>0$ を充足することを意味する。ここに、 M は有限な数である。以下では本節で示したモデルをモード枠 Bergeron モデルと呼ぶ。

2.3.2 変形モード枠 Bergeron モデルの構成

従来、不平衡線路の変換行列は各固有ベクトルの第1要素を定数とにおいて固有ベクトルを求めた後、第1要素またはノルムを1として正規化されてきた。この正規化法では、図2.3.5 (p. 17) から明らかなように、モード変換行列ならびにモードサージインピーダンスの周波数依存特性を個別に評価する必要がある。一方、(2.3.8a)式 (p. 13) および (2.3.12) 式 (p. 14) で示したモードサージインピーダンスの定義から、モードサージインピーダンス $Z_{ms}(\omega)$ は電流変換行列 $T_c(\omega)$ 、相インピーダンス $Z_p(\omega)$ 、モード伝搬定数 $\Gamma_m(\omega)$ の各行列を用いて次式により算定される。

$$Z_{ms}(\omega) = Z_m(\omega)\Gamma_m^{-1}(\omega) = T_c^t(\omega)Z_p(\omega)T_c(\omega)\Gamma_m^{-1}(\omega) \quad (2.3.24)$$

ここで、モード伝搬定数 $\Gamma_m(\omega)$ は固有値のみから定まる。

上式より、モードサージインピーダンスを定数としてモード変換行列を正規化すれば、モードサージインピーダンスの周波数依存特性はモード変換行列に組み込まれる。この正規化は、モード変換行列ならびにモードサージインピーダンスの周波数依存特性を個別に評価する替わりに、変換行列の周波数依存特性のみを評価すれば良く、便利である。このため、モードサージインピーダンスを定数と置く変換行列の正規化手法を検討した⁽²⁹⁾。

今、変換行列 T_c の第 k 列を α 倍した新規の変換行列を ${}^\alpha T_c$ とおくと、次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned} {}^\alpha T_c &= T_c[\alpha_{ij}] \\ ({}^\alpha T_c)^t &= [\alpha_{ij}]T_c^t \end{aligned} \right\} \quad (2.3.25)$$

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{ij} &= 1, \quad i = j \neq k \\ \alpha_{ij} &= \alpha, \quad i = j = k \\ \alpha_{ij} &= 0, \quad i \neq j \end{aligned} \right\}$$

(2.3.24) 式を用い、(2.3.25) 式で与えられた変換行列 ${}^\alpha T_c$ により、モードサージインピーダンスを構成すると、次式が得られる。すなわち変換行列の第 k 列を α 倍すると、対応する第 k 番モードサージインピーダンスは α 倍以前のその α^2 倍となる。

$$\begin{aligned} {}^\alpha Z_{ms} &= {}^\alpha T_c^t \cdot Z_p \cdot {}^\alpha T_c \Gamma_m^{-1} \\ &= [\alpha_{ij}]T_c^t Z_p T_c [\alpha_{ij}]\Gamma_m^{-1} = [\alpha_{ij}]^2 Z_m \Gamma_m^{-1} = [\alpha_{ij}]^2 Z_{ms} \end{aligned} \quad (2.3.26)$$

以上により、第 k 番モードサージインピーダンスを実定数 ${}^c z_{msk}$ とおく正規化を行うためには、次式に従って $\delta_k(\omega)$ を決定し、第 k 番固有ベクトル ${}^c T_{ck}(\omega)$ を再構成すればよい。

$$\left. \begin{aligned} \delta_k(\omega)z_{msk}(\omega) &= {}^c z_{msk} \\ {}^c T_{ck}(\omega) &= \sqrt{\delta_k(\omega)}T_{ck}(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.27)$$

(2.3.26) 式から明らかなように、この変換行列の正規化はモード伝搬定数 Γ_m には何等の影響を与えない。従って、モードサージインピーダンス行列を単位行列に選べば(モードサージインピーダンスとサージアドミタンスは一致する)、図2.3.6に示す簡略化されたモード枠Bergeronモデルが構成できる。本研究では、このモデルは変換行列系(モードサージインピーダンスまたはアドミタンスを含む)の因果律の充足の検討に用いた。以下では、変換行列およびモードサージインピーダンスまたはアドミタンスはそれぞれが独立に定まるものではないから、これらを総称して、変換行列系と呼ぶ。

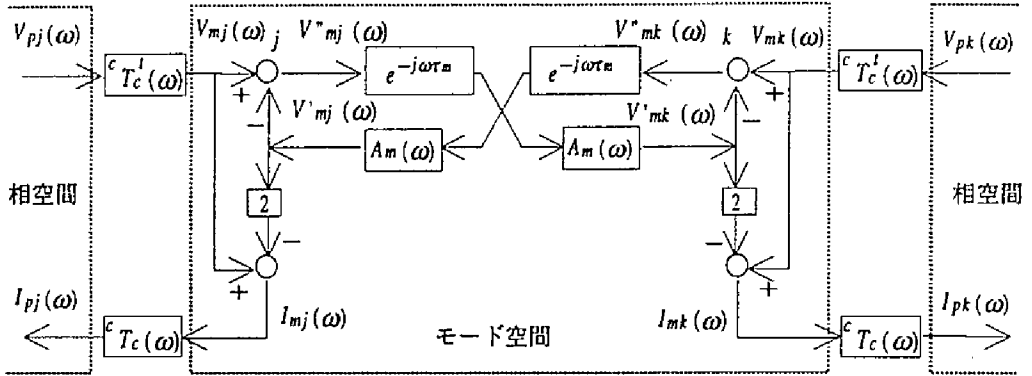


図 2.3.6 変形モード枠 Bergeron モデルの構成

2.3.3 相枠 Bergeron モデルの構成

現状の変換行列構成法⁽²⁷⁻²⁹⁾により構成された変換行列は、線路の構造によっては因果律を充足しない場合がある(第3章で詳述)。

このときモード枠モデルでは変換行列は因果律を充足するものとして近似されるから、モデルの精度の問題が残る。これを解決するための代替方法として相枠の Bergeron モデルを検討した^(31-32, 35)。

相枠の線路方程式(2.3.3)および(2.3.4)式(p.12)の一般解は、相電圧および電流をそれぞれ、 V_p および I_p と置くと次式で与えられる。

$$V_p(x, \omega) = e^{-\Gamma_p(\omega)x} C_{p1}(\omega) + e^{+\Gamma_p(\omega)x} C_{p2}(\omega) \quad (2.3.28a)$$

$$Z_{ps}(\omega) I_p(x, \omega) = e^{-\Gamma_p(\omega)x} C_{p1}(\omega) - e^{+\Gamma_p(\omega)x} C_{p2}(\omega) \quad (2.3.28b)$$

ここで、 $\Gamma_p(\omega)$ および $Z_{ps}(\omega)$ は伝搬定数行列およびサージインピーダンス行列であり、形式的には次式で与えられる。また、 $C_{p1}(\omega)$ 、 $C_{p2}(\omega)$ は境界条件から決まる積分常数である。

$$\Gamma_p(\omega) = \sqrt{Z_p(\omega)Y_p(\omega)} \quad (2.3.29a)$$

$$Z_{ps}(\omega) = \Gamma_p^{-1}(\omega)Z_p(\omega) \quad (2.3.29b)$$

2.3.1節に示したモード枠 Bergeron モデルの導出過程と同様にして、線路長 l の線路の両端 j および k に対し、(2.3.30a)および(2.3.30b)式が得られる。ここで $V_{pj}(\omega)$ 、 $I_{pj}(\omega)$ 、 $V'_{pj}(\omega)$ および $V''_{pj}(\omega)$ はノード j における相電圧、電流、入来電圧および反射電圧であり、 $V_{pk}(\omega)$ 、 $I_{pk}(\omega)$ 、 $V'_{pk}(\omega)$ および $V''_{pk}(\omega)$ はノード k における相電圧、電流、入来電圧および反射電圧である(図2.3.7)。また、 $G_p(\omega)$ は伝搬特性行列であ

り、(2.3.31) 式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \text{ノード } j: V_{pk}''(\omega) &= \frac{1}{2} \{V_{pk}(\omega) + Z_{ps}(\omega) I_{pk}(\omega)\} = V_{pk}(\omega) - V_{pj}'(\omega) \\ V_{pj}'(\omega) &= G_p(\omega) V_{pk}''(\omega) \\ V_{pj}(\omega) - Z_{ps}(\omega) I_{pj}(\omega) &= 2V_{pj}'(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.30a)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ノード } k: V_{pj}''(\omega) &= \frac{1}{2} \{V_{pj}(\omega) + Z_{ps}(\omega) I_{pj}(\omega)\} = V_{pj}(\omega) - V_{pk}'(\omega) \\ V_{pk}'(\omega) &= G_p(\omega) V_{pj}''(\omega) \\ V_{pk}(\omega) - Z_{ps}(\omega) I_{pk}(\omega) &= 2V_{pk}'(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.30b)$$

$$G_p(\omega) = e^{-\Gamma_p(\omega)l} \quad (2.3.31)$$

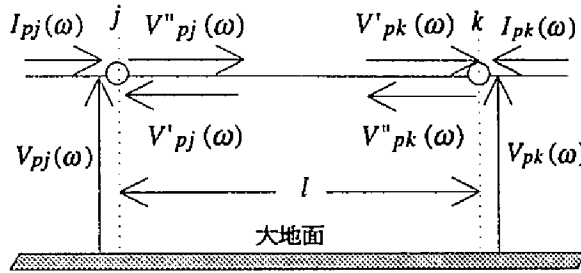


図 2.3.7 相枠モデルのノード量の表示

伝搬特性行列 $G_p(\omega)$ 、サージインピーダンス $Z_{ps}(\omega)$ を計算するには、(2.3.29a) 式にくり返し手法⁽²²⁾を適用して直接、伝搬定数行列 $\Gamma_p(\omega)$ を決定した後、前記の(2.3.29b) および (2.3.31) 式を用いて決定する方法と 2.3.1 節のモード解析により得られたモード伝搬特性行列およびモードサージインピーダンスをモード変換行列を用いて、相枠に変換して得る方法がある。本研究では後者を用いた。このとき、相枠の伝搬特性行列 $G_p(\omega)$ 、サージインピーダンス $Z_{ps}(\omega)$ およびサージアドミタンス $Y_{ps}(\omega)$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} G_p(\omega) &= [T_c^{-1}(\omega)]^t A_m(\omega) e^{-j\omega\tau_m} T_c^t(\omega) \\ Z_{ps}(\omega) &= [T_c^{-1}(\omega)]^t Z_{ms}(\omega) T_c^{-1}(\omega) \\ Y_{ps}(\omega) &= Z_{ps}^{-1}(\omega) = T_c(\omega) Y_{ms}(\omega) T_c^t(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (2.3.32)$$

(2.3.30a) および (2.3.30b) 式を図で表せば、図 2.3.8 に示す相枠の Bergeron モデルの構成図が得られる。以下では、このモデルを相枠 Bergeron モデルと呼び、本研究では第 4 章でこのモデルを使用している。

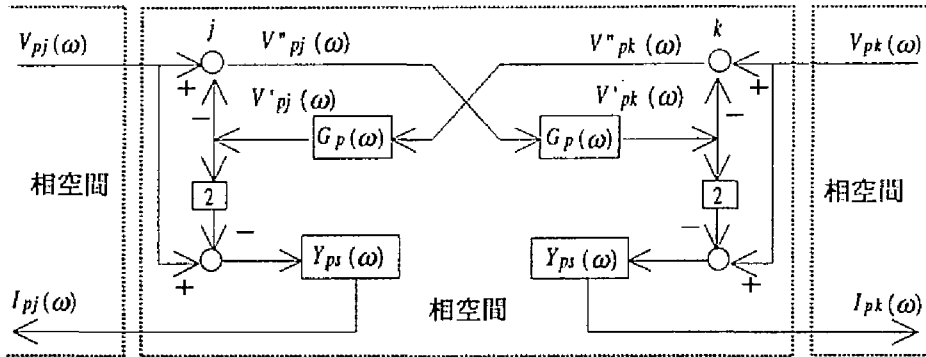


図 2.3.8 相枠の Bergeron モデルの構成

2.3.4 二回線線路の取り扱い

右図に示すように、回線間の導体配置が対称である二回線線路のインピーダンス行列およびアドミタンス行列は各導体の番号付けを適正に行えば、対角ブロックが互いに等しく、かつブロック対称である行列となる⁽¹⁶⁾。

即ち、1回線の導体の数を n 、第1回線のある導体の番号を i と置き、これと同一地上高かつ回線間中心からの水平距離が同一の第2回線の導体の番号を $n+i$ と置く。

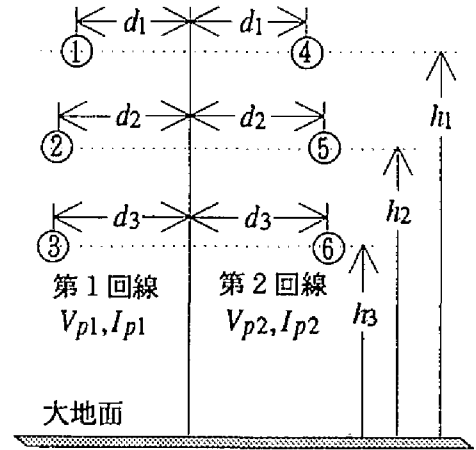


図 2.3.9 二回線線路

このとき、第1回線の自己インピーダンスおよびアドミタンス行列をそれぞれ $Z_{p11}(\omega)$ および $Y_{p11}(\omega)$ と置き、第1回線と第2回線の間相互インピーダンスおよびアドミタンス行列をそれぞれ $Z_{p12}(\omega)$ および $Y_{p12}(\omega)$ と置くと、二回線線路のアドミタンス行列 $Z_p(\omega)$ およびインピーダンス行列 $Y_p(\omega)$ は次式で与えられる。

$$Z_p(\omega) = \begin{bmatrix} Z_{p11}(\omega) & Z_{p12}(\omega) \\ Z_{p12}(\omega) & Z_{p11}(\omega) \end{bmatrix}, \quad Y_p(\omega) = \begin{bmatrix} Y_{p11}(\omega) & Y_{p12}(\omega) \\ Y_{p12}(\omega) & Y_{p11}(\omega) \end{bmatrix} \quad (2.3.33)$$

今、第1および第2回線の相電圧、電流をそれぞれ $V_{p1}(x, \omega)$ 、 $I_{p1}(x, \omega)$ および $V_{p2}(\omega)$ 、 $I_{p2}(\omega)$ とおき、(2.3.34)式で定義する第1および第2回路の電圧および電流をそれぞれ $V_{c1}(\omega)$ 、 $I_{c1}(\omega)$ および $V_{c2}(\omega)$ 、 $I_{c2}(\omega)$ と置く。

$$\begin{bmatrix} V_{p1}(x, \omega) \\ V_{p2}(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & E \\ E & -E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{c1}(x, \omega) \\ V_{c2}(x, \omega) \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} I_{p1}(x, \omega) \\ I_{p2}(x, \omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E & E \\ E & -E \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{c1}(x, \omega) \\ I_{c2}(x, \omega) \end{bmatrix} \quad (2.3.34)$$

ここで E は単位行列を表す。このとき、(2.3.35) 式で与えられる二回線線路の第 1 回線および第 2 回線表現の波動方程式は、(2.3.34) 式を用いて、(2.3.36) 式に示す第 1 および第 2 回路表現の波動方程式に変換できる。

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \partial V_{p1}(x, \omega) / \partial x \\ \partial V_{p2}(x, \omega) / \partial x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{p11}(\omega) & Z_{p12}(\omega) \\ Z_{p12}(\omega) & Z_{p11}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{p1}(x, \omega) \\ I_{p2}(x, \omega) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \partial I_{p1}(x, \omega) / \partial x \\ \partial I_{p2}(x, \omega) / \partial x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{p11}(\omega) & Y_{p12}(\omega) \\ Y_{p12}(\omega) & Y_{p11}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{p1}(x, \omega) \\ V_{p2}(x, \omega) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.3.35)$$

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \partial V_{c1}(x, \omega) / \partial x \\ \partial V_{c2}(x, \omega) / \partial x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Z_{pc1}(\omega) & 0 \\ 0 & Z_{pc2}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_{c1}(x, \omega) \\ I_{c2}(x, \omega) \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \partial I_{c1}(x, \omega) / \partial x \\ \partial I_{c2}(x, \omega) / \partial x \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{pc1}(\omega) & 0 \\ 0 & Y_{pc2}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{c1}(x, \omega) \\ V_{c2}(x, \omega) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2.3.36)$$

ここで、 $Z_{pc1}(\omega)$ 、 $Z_{pc2}(\omega)$ および $Y_{pc1}(\omega)$ 、 $Y_{pc2}(\omega)$ はそれぞれ第 1 回路、第 2 回路のインピーダンス行列およびアドミタンス行列であり、次式で与えられる。

$$\begin{cases} Z_{pc1}(\omega) = Z_{p11}(\omega) + Z_{p12}(\omega), \quad Z_{pc2}(\omega) = Z_{p11}(\omega) - Z_{p12}(\omega) \\ Y_{pc1}(\omega) = Y_{p11}(\omega) + Y_{p12}(\omega), \quad Y_{pc2}(\omega) = Y_{p11}(\omega) - Y_{p12}(\omega) \end{cases} \quad (2.3.37)$$

(2.3.36) 式右辺の行列の非対角ブロックは零であるから、第 1 回路と第 2 回路は相互結合の無い 2 回路に分離できる。このことより、二回線線路の Bergeron モデルは第 1 と第 2 回路に、既に述べたモード枠または相枠の取り扱いを適用して得られる。以下では第 1 および第 2 回路に相枠の取り扱いを適用したモデルは回路枠を冠して呼ぶ。

2. 4 周波数依存特性の構成

2.3 節から明らかなように、モード枠による不平衡線路のモデル化のためには、固有値解析に基づいて伝搬特性および変換行列系の周波数依存特性を定める必要がある。特に不平衡線路では、通常の固有値・固有ベクトル解析アルゴリズムを使用した場合、変換行列系（モードサージアドミタンスを含む）およびモード伝搬特性の各要素の周波数連続性が維持されない場合がある。一般に固有値は絶対値の大きい順に計算されるが、各周波数における固有値の大小順番は周波数に対する固有値の連続性には必ずしも結び付かないからである。モード量の周波数に対する連続性はモード変換行列の周波数依存性を考慮した過渡現象解析モデルを構成する場合に重要である。この節では、本研究で

採用した固有値および固有ベクトルの構成法について述べ、固有ベクトルの一次独立性に着目して開発した周波数連続化手法⁽²³⁾とこれに基づいた周波数依存特性の構成方法について述べる。

2.4.1 固有値および固有ベクトルの構成

本研究で用いたモード枠 Bergeron モデル (2.3.1 節) を構成するには、モード枠の伝搬特性の他に電流変換行列 $T_c(\omega)$ およびモードサージアドミタンス $Y_{ms}(\omega)$ が必要となる。これらの構成は (2.3.9) 式 (p.13) で示したようにアドミタンス行列 $Y_p(\omega)$ とインピーダンス行列 $Z_p(\omega)$ の積 $Y_p(\omega)Z_p(\omega)$ の固有値・固有ベクトルの解析に帰着する。周知のように、平衡線路 (インピーダンスおよびアドミタンス行列の対角要素は互いに等しく、かつ非対角要素は互いに等しい) においては、固有値は重根を持ち、かつモード間の結合は無い。

一方、不平衡線路の固有値が重根を取り得るか、また、モード分離が可能であるか否かは、未だ十分に解明されていない分野である。このことより、不平衡線路の固有値・固有ベクトルの解析では、以下の点を吟味する必要がある。

- (1) 同一の値を有する複数の固有値 (重根状態) が存在するか。
- (2) 対角化後の非対角要素は対角要素に比べて、十分小さいか (モード間の結合が無視でき、単一固有値の取り扱いが可能か)。

図 2.4.1 に本研究で用いた固有値・固有ベクトル解析プログラムの構成を示す。同図の処理ブロック 1 では対角化対象の $W_p(\omega_i)$ を構成した後、前回ステップで得られた変換行列を用いて、(2.4.1) 式に示す前処理を行う。

$$W'_p(\omega_i) = T_c^{-1}(\omega_{i-1})W_p(\omega_i)T_c(\omega_{i-1}) \quad (W_p = Y_pZ_p) \quad (2.4.1)$$

この処理は後続の処理ブロック 2 の計算量を低減する。ここで、 $i=1$ の場合には (2.4.2) 式で示す、平衡線路の標準対角化行列⁽⁴⁾ S を用いる。ここで、 N は相数を表す。この変換は、良く知られた $\alpha-\beta-0$ 変換法の N 相線路への拡張である。

次に処理ブロック 2 では計算量を低減するため、対角化対象の $W'_p(\omega_i)$ を上 Hessenberg 行列に変換した後、複素変形 LR 法⁽³⁷⁾ を用いて固有値 d を求める。処理ブロック 3 では LU 分解法により固有ベクトルを計算する。このとき、重根状態の固有値が存在するか否かを (2.4.3) 式を用いて判定する。

第 k 固有値が単根の場合には (2.4.4a) 式の、重根の場合には (2.4.4b) 式の形式

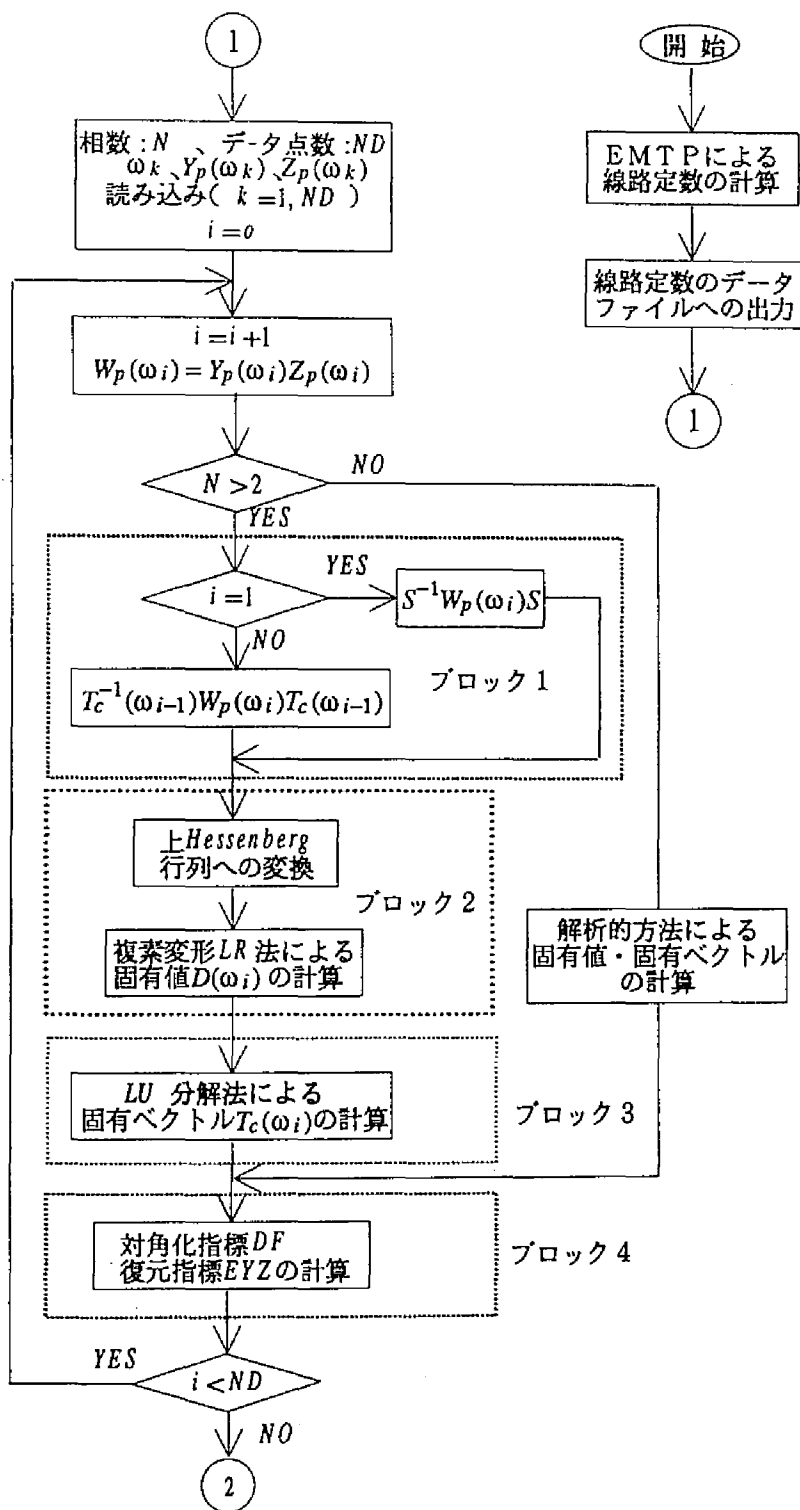


図 2.4.1 固有値・固有ベクトルの計算手順

$$S = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{N} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} & \cdots & 1/\sqrt{j(j-1)} & \cdots & 1/\sqrt{N(N-1)} \\ 1/\sqrt{N} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{6} & \cdots & 1/\sqrt{j(j-1)} & \cdots & 1/\sqrt{N(N-1)} \\ 1/\sqrt{N} & 0 & -2/\sqrt{6} & \cdots & 1/\sqrt{j(j-1)} & \cdots & 1/\sqrt{N(N-1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1/\sqrt{N} & 0 & 0 & \cdots & -(j-1)/\sqrt{j(j-1)} & \cdots & 1/\sqrt{N(N-1)} \\ 1/\sqrt{N} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 1/\sqrt{N(N-1)} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1/\sqrt{N} & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots & -(N-1)/\sqrt{N(N-1)} \end{bmatrix} \quad (2.4.2)$$

$$|(d_k - d_j)/d_j| < \delta \quad (k=1, 2, \dots, N-1 \quad j=k+1, \dots, N) \quad (2.4.3)$$

$$X'_k = [\frac{1}{\sqrt{N}} \quad x_{k,2} \quad x_{k,3} \quad \dots \quad x_{k,N}] \quad (2.4.4a)$$

$$\left. \begin{aligned} X'_{k,1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} & \frac{-1}{\sqrt{1 \cdot 2}} & x_{k,1,3} & \dots & x_{k,1,N} \end{bmatrix} \\ X'_{k,2} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} & \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} & x_{k,2,3} & \dots & x_{k,2,N} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.4b)$$

$$\left. \begin{aligned} X'_{k,1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 \cdot 2}} & \frac{-1}{\sqrt{1 \cdot 2}} & 0 & 0 & \dots & 0 & x_{k,1,j+1} \dots x_{k,1,N} \end{bmatrix} \\ X'_{k,2} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} & \frac{1}{\sqrt{2 \cdot 3}} & \frac{-2}{\sqrt{2 \cdot 3}} & 0 & \dots & 0 & x_{k,2,j+1} \dots x_{k,2,N} \end{bmatrix} \\ \dots & \\ X'_{k,j-1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{(j-1)j}} & \frac{1}{\sqrt{(j-1)j}} & \frac{1}{\sqrt{(j-1)j}} & \dots & \frac{-(j-1)}{\sqrt{(j-1)j}} & x_{k,j-1,j+1} \dots x_{k,j-1,N} \end{bmatrix} \\ X'_{k,j} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{j(j+1)}} & \frac{1}{\sqrt{j(j+1)}} & \frac{1}{\sqrt{j(j+1)}} & \dots & \frac{1}{\sqrt{j(j+1)}} & x_{k,j,j+1} \dots x_{k,j,N} \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.4c)$$

の固有ベクトルを算定する。重複度 j の重根の場合には (2.4.4c) 式の形式の固有ベクトルを求める。固有ベクトルの構成要素に (2.4.2) 式で示した S 行列の一部要素を用いる理由は不平衡線路の変換行列を平衡線路の標準変換行列に類似した変換行列に誘導するためである。

次に処理ブロック 4 では以上の処理によって得られた変換行列および固有値を用いて、次式で示す対角化指標 DF および復元誤差 EYZ を計算する。

$$DF = \max(|d'_{jk}|, j \neq k) / \min(|d'_{jj}|) \quad \{j, k = 1, 2, \dots, N, (d'_{jk}) = T_c^{-1} W_p T_c\} \quad (2.4.5a)$$

$$EYZ = \max\{|(w'_{jk} - w_{jk}) / w_{jk}|\} \quad \{j, k = 1, 2, \dots, N, \quad (w'_{jk}) = T_c D T_c^{-1},$$

$$\{w_{jk}\} = W_p\} \quad (2.4.5b)$$

ここで、 D は固有値を要素とする対角行列を表す。

対角化指標 DF は得られた変換行列を用いて対角化を行ったときの非対角要素の対角要素に対する大きさの程度を示しており、モード間の結合の有無の判定に用いる。また、復元誤差 EYZ は得られた固有値および固有ベクトルから、 $Y_p Z_p$ を逆構成した場合の誤差の度合を示しており、固有値・固有ベクトルの精度の判定に用いる。なお、以上の計算はすべて倍精度演算を用いている。

2.4.2 固有値および固有ベクトルの周波数に対する連続化

角周波数 ω_i で得られた固有値および固有ベクトルが、角周波数 ω_{i+1} で得られたいずれの固有値および固有ベクトルに対応するかを決定する方法として、その対応の根拠を固有ベクトルの類似性に置くものとする。このとき、任意の固有値解析手法で得られた変換行列に、列の定数倍と入れ替えを基本とする以下の変換を行いこれを連続化する。今、変換行列 ($n \times n$) の第 k 番列ベクトルを次式で表し、肩字で第 i および $i+1$ 角周波数での値であることを示すものとする。

$$T_{ck} = (r_{1k} + jb_{1k}, r_{2k} + jb_{2k}, \dots, r_{nk} + jb_{nk})^t \quad (j = \sqrt{-1}) \quad (2.4.6)$$

このとき、角周波数 ω_i における変換行列の第 l 列ベクトルに対応する、角周波数 ω_{i+1} における変換行列の列ベクトルとして、次式で示す二乗ノルム $\|F_{lk}\|$ を最小とする列ベクトル $X_k T_{ck}^{i+1}$ を選ぶ。ここで $X_k = x_{rk} + jx_{ik}$ は、各 $\|F_{lk}\|$ を最小とする複素定数である。

$$\|F_{lk}\| = \|T_{cl}^i - X_k T_{ck}^{i+1}\| \quad (k = 1, n) \quad (2.4.7)$$

り (図 2.4.2)、(2.4.8) 式に基づき、(2.4.9) 式で与えられる。なお、固有ベクトル (変換行列の列ベクトル) は任意定数を含むから、固有ベクトルを定数倍する前記の操作は固有値には何等の影響を与えない。

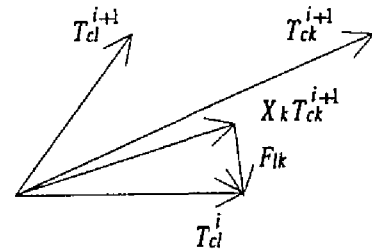


図 2.4.2 F_{lk} , T_{cl}^i , T_{ck}^{i+1} , X_k の関係

$$\partial \|F_{lk}\| / \partial x_{rk} = 0, \quad \partial \|F_{lk}\| / \partial x_{ik} = 0 \quad (2.4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} x_{rk} &= \frac{\sum_{m=1}^n (r_{ml}^{(i)} r_{mk}^{(i+1)} + b_{ml}^{(i)} b_{mk}^{(i+1)})}{D} \\ x_{ik} &= \frac{\sum_{m=1}^n (b_{ml}^{(i)} r_{mk}^{(i+1)} - r_{ml}^{(i)} b_{mk}^{(i+1)})}{D}, \quad D = \sum_{m=1}^n \{(r_{mk}^{(i+1)})^2 + (b_{mk}^{(i+1)})^2\} \end{aligned} \right\} \quad (2.4.9)$$

前記の固有ベクトルの対応付けを基にした固有値・固有ベクトルの周波数に対する連続化手法をアルゴリズム化すると、以下のようになる。ここで、周波数点数は N_p とする。

〔ステップ1〕第 $i+1$ 周波数における第1列ベクトルを決定する。(2.4.7) 式 of 各ノルム $\|F_k\|$ を最小とする定数 X_k を求め、最小のノルムを生成する定数倍ベクトル $X_k T_{ck}^{i+1}$ を第 $i+1$ 周波数における第1ベクトルに選定する。このとき、固有ベクトルの入れ替えが発生した場合には固有値の入れ替えを行う。

〔ステップ2〕(2.4.6) 式 of $k=1, n$ の列ベクトルのうち、既に選定済みの k 列を除外し、ステップ1と同様の処理を第2列から第 $n-1$ 列 ($l=2, n-1$) まで行う。第 n 列は残りのベクトルとなる。

上記の〔ステップ1〕および〔ステップ2〕を $i=1, N_p-1$ まで繰り返す。

前記の過程で得られる固有ベクトルは任意位相を含んでいるから、これを除外するため、各列の要素を解析周波数範囲で最大絶対値を有する要素で割り正規化する。なお、この正規化では、正規化基準として選定された要素が、全周波数範囲で他の要素に比べ必ずしも大であるとは限らない。従って、変換行列の各要素の絶対値が1以下の意味での正規化とはならない。

2.4.1節で述べたように、ここで用いた固有値・固有ベクトル解析法は複素変形 LR 法と LU 分解法を組み合わせた方法である。しかし、開発した連続化手法は固有値解析アルゴリズムに何ら依存しないから、どのような手法を用いても差し支えない。

2.4.3 周波数依存特性の算定

2.3.1節で述べたモード枠 Bergeron モデルを構成するためには変換行列 T_c の他にモード減衰特性 A_m 、モード伝搬時間 τ_m およびモードサージアドミタンス $Y_{ms}(Z_{ms}^{-1})$ を定める必要があり、2.3.2節で示した変形モード枠 Bergeron モデルを構成するには、変換行列系の再正規化処理が追加される。また、2.3.3節で述べた相枠 Bergeron モデルを構成するためには相減衰特性 G_p 、伝搬時間 τ_p およびサージアドミタンス Y_{ps} を定める必要がある。このとき、相枠 Bergeron モデルのみを構成するためには固有値および変換行列の周波数連続化は必ずしも必要ではない。

図2.4.3に上記の各周波数依存特性の計算手順を示した。図中の記号 $diag()$ は $()$ 内の行列の対角成分のみを取り出すことを意味する。ブロック1では、2.4.1節で述べ

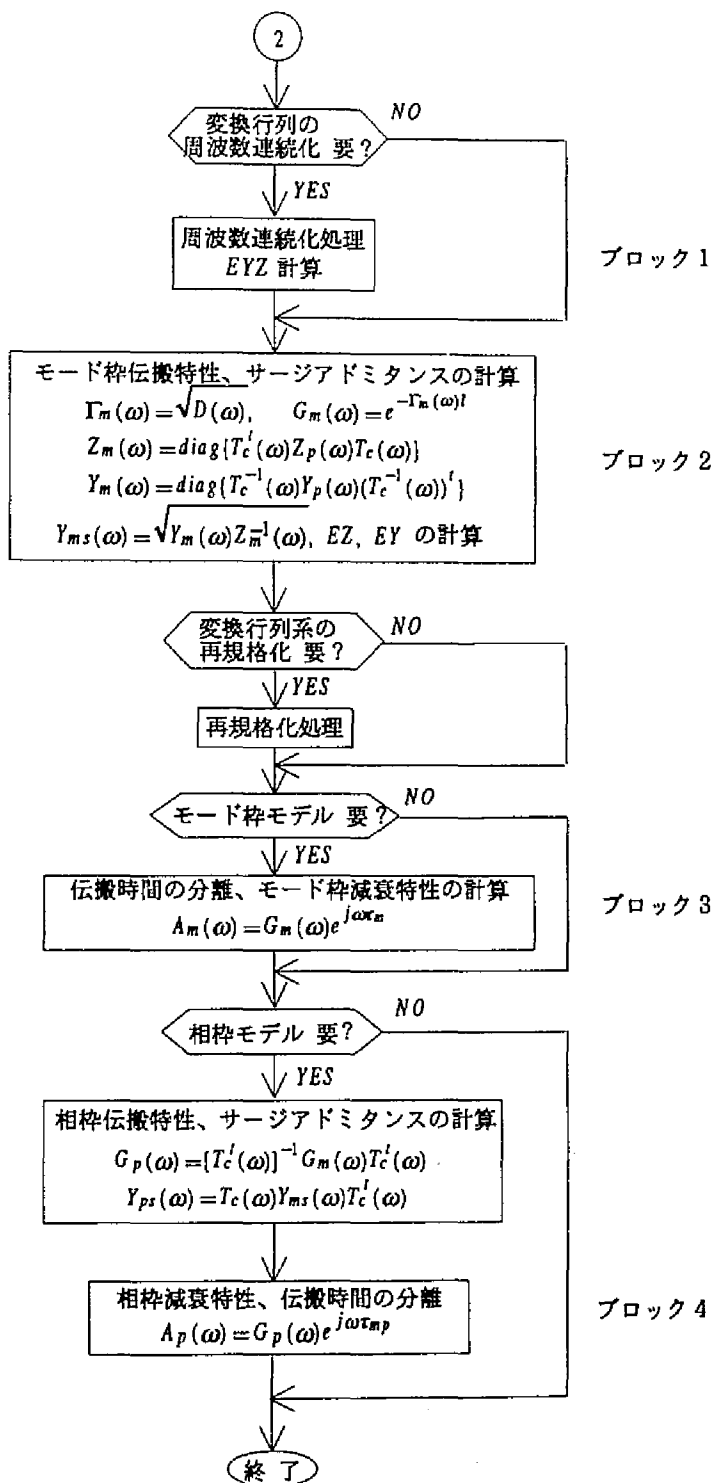


図 2.4.3 周波数依存特性の計算手順

た計算手順（図 2.4.1）で得られた固有値・固有ベクトルを用いて、周波数連続化に伴う固有値および固有ベクトルの精度の変化を調べるため、前節で述べた復元誤差 EYZ を再計算する。

ブロック 2 では、(2.4.10a) および (2.4.10b) 式で示すインピーダンス行列 Z_p およびアドミタンス行列 Y_p に対する復元誤差 EZ および EY を算定する。これらは実際の物理量に対する対角化の誤差指標となる。

$$EZ = \max\{|(z'_{jk} - z_{jk}) / z_{jk}|\} \quad (2.4.10a)$$

$$EY = \max\{|(y'_{jk} - y_{jk}) / y_{jk}|\} \quad (2.4.10b)$$

ここで、 $j, k = 1, 2, \dots, N$, $(z'_{jk}) = (T_c^{-1})^T Z_m T_c^{-1}$, $(z_{jk}) = Z_p$
 $(y'_{jk}) = T_c Y_m T_c^T$, $(y_{jk}) = Y_p$

次に、ブロック 3 ではモード伝搬特性 $G_m(\omega)$ の -20 dB 点近傍または解析上限周波数付近の数点のモード伝搬定数 $\beta_{mk}(\omega)$ を用いて、(2.4.11) 式により伝搬時間 τ_{mk} を定め、(2.4.12) 式からモード減衰特性 $A_m(\omega)$ を計算する。また、ブロック 4 ではモード伝搬時間の内、最小の伝搬時間を相伝搬時間 τ_p と置いて、(2.4.13) 式により相減衰特性 $A_p(\omega)$ を定める。

$$\left. \begin{aligned} \tau_{mk} &= \left\{ \sum_{i=p}^q \frac{\beta_{mk}(\omega_i)}{\omega_i} \right\} l / (q - p + 1) \\ \gamma_{mk}(\omega_i) &= \alpha_{mk}(\omega_i) + j\beta_{mk}(\omega_i), \quad (\gamma_{mk}) = \Gamma_m \end{aligned} \right\} \quad (2.4.11)$$

$$a_{mk}(\omega) = g_{mk}(\omega) e^{j\omega\tau_{mk}}, \quad (a_{mk}) = A_m, \quad (g_{mk}) = G_m \quad (2.4.12)$$

$$A_p(\omega) = G_p(\omega) e^{j\omega\tau_p} \quad (2.4.13)$$

以上の方法により算定されたモード減衰特性および相減衰特性は略最小位相特性を示す。これについては次節で実証する。

2. 5 モード枠および相枠 Bergeron モデルの周波数依存特性

この節では、前節で述べた固有値および固有ベクトルの計算方法と周波数連続化手法を中性線帰路方式双極二回線直流線路⁽³⁸⁾を参考にした図 2.5.1 に示す不平衡モデル直流線路に適用し、周波数連続化手法の効果を検証する。次に、この方法により得られた固有ベクトルの周波数依存特性の特徴、固有値の性質、対角化の形態を検討した後、モード枠および相枠モデルの周波数依存特性を検討する。

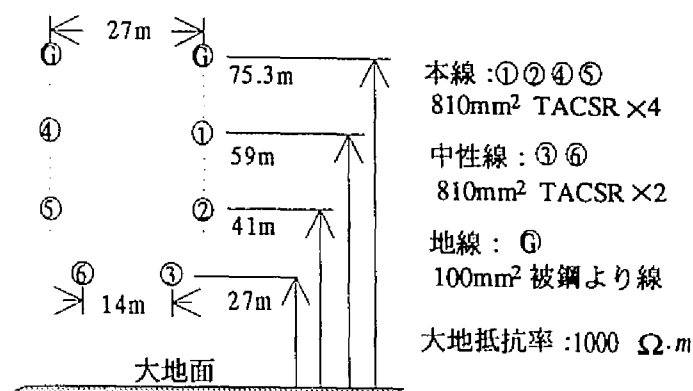


図 2.5.1 モデル直流線路の構成緒元

2.5.1 固有値および固有ベクトルの周波数連続性の検証

以下の固有ベクトルの表示について、モデル直流線路の回線間の対称性と2.3.4節(p.22)の議論から、各固有ベクトルの第4、5および6要素は第1回路系ではそれぞれ第1、2および3要素と同値であり、第2回路系ではそれらの符号反転値と同値となる。このため、各固有ベクトルの第4、5および6要素についての議論は省略する。

周波数連続化対策を用いないとき、第5に位置付けられた固有ベクトル実部の周波数特性を次図に示す。

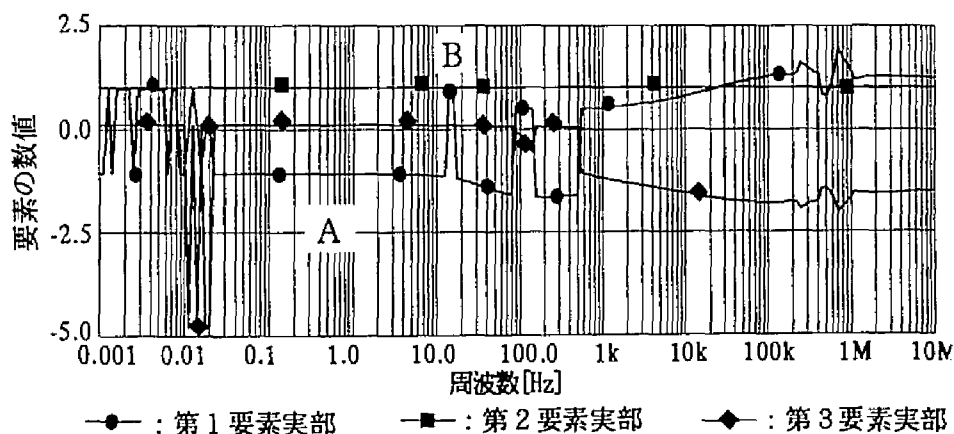
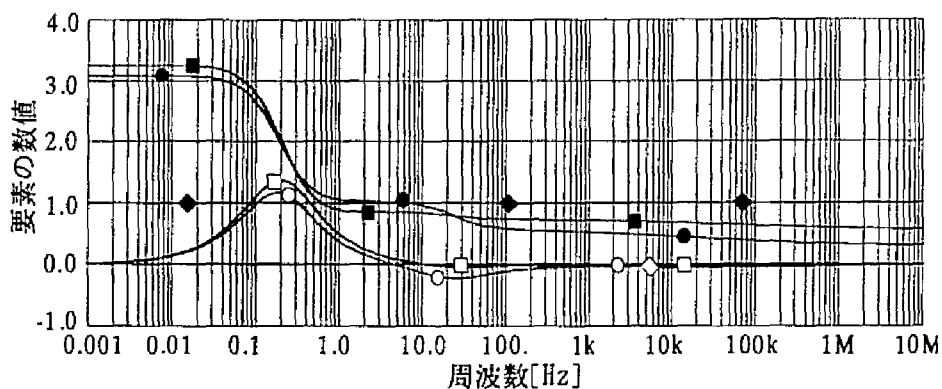
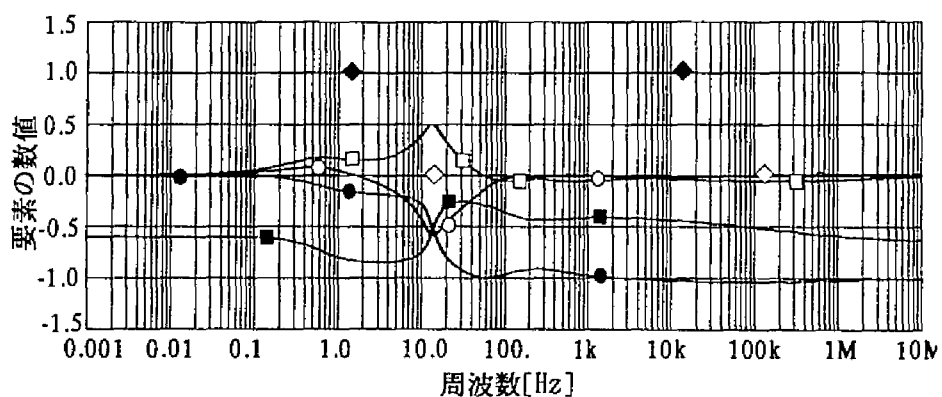


図 2.5.2 固有ベクトルにおける周波数不連続の発生

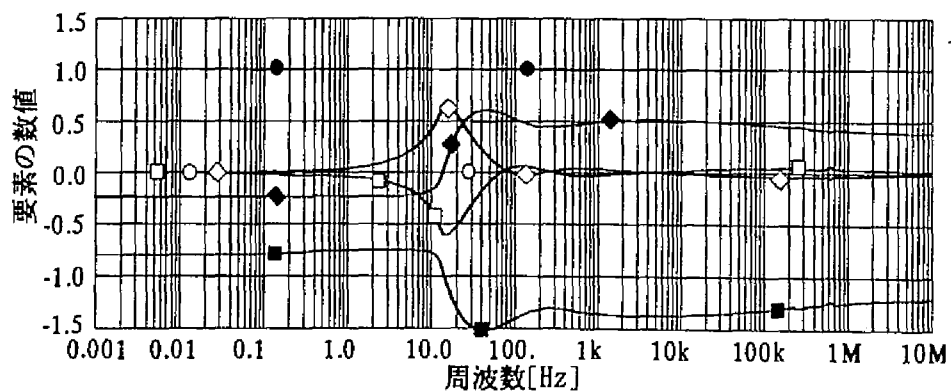
固有ベクトルの性質をその各要素の実部符号を用いて[+++]^f等で表わせば、図中の記号Aの領域で[-++]^f、B点では[+++]^fで表わされる。これらは互いに独立であるから、性質の異なる固有ベクトルが混在し多数の不連続点が発生して、各固有ベクトル



(a) 第1固有ベクトル



(b) 第2固有ベクトル

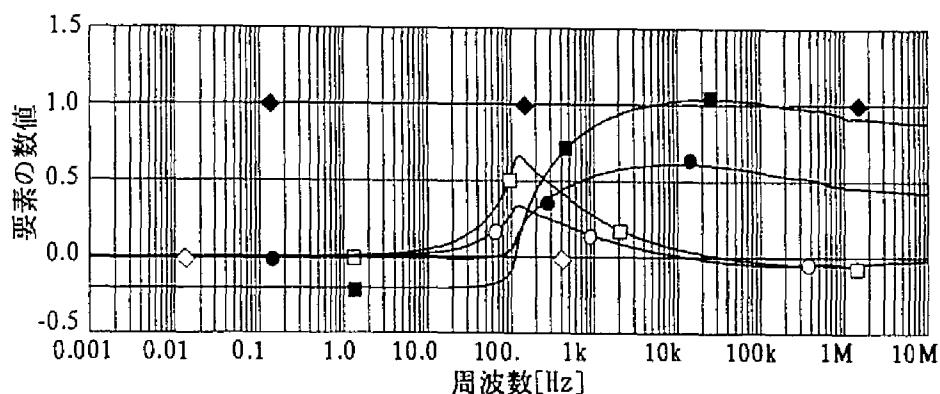


(c) 第3固有ベクトル

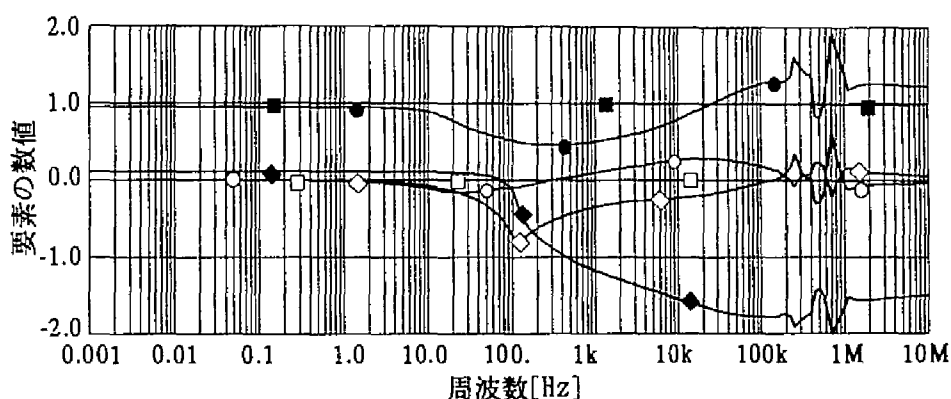
- : 第1要素実部 ■ : 第2要素実部 ◆ : 第3要素実部
- : 第1要素虚部 □ : 第2要素虚部 ◇ : 第3要素虚部

註) 第4、5、6要素はそれぞれ第1、2、3要素と同値

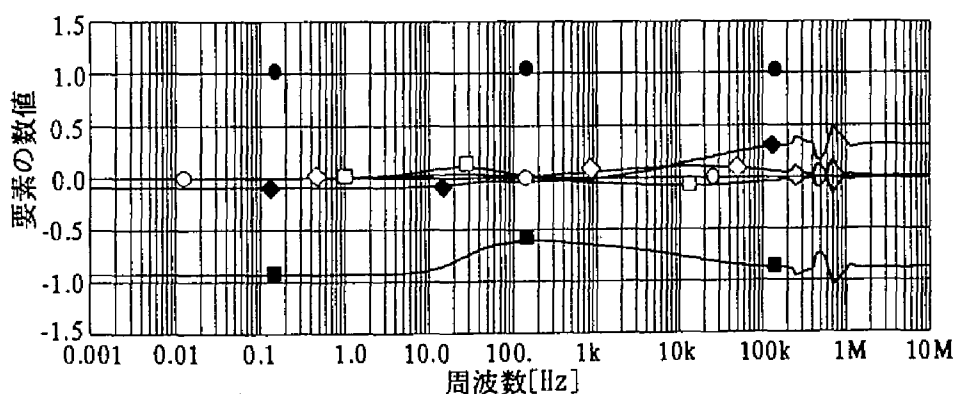
図 2.5.3A 第1回路系固有ベクトルの周波数依存特性



(a) 第4固有ベクトル



(b) 第5固有ベクトル



(c) 第6固有ベクトル

—●— : 第1要素実部 —■— : 第2要素実部 —◆— : 第3要素実部
 —○— : 第1要素虚部 —□— : 第2要素虚部 —◇— : 第3要素虚部

註) 第4、5、6要素はそれぞれ第1、2、3要素の符号反転値と同値

図 2.5.3B 第2回路系固有ベクトルの周波数依存特性

ル（変換行列の要素）の周波数依存特性が把握できない結果となっている。なお、図の簡略化のため、虚部の周波数特性は省略し実部のみを示した。次に、本研究で開発した連続化処理を施した場合の固有ベクトルの周波数依存特性を第1回路系および第2回路系に分けて、それぞれ図2.5.3Aおよび2.5.3Bに示す。第1～3固有ベクトルは第1回路系に属し、第4～6固有ベクトルは第2回路系に属する。いずれも、前記の図2.5.2（p.31）のB点に見られるような不連続点は発生していない。

次に得られた固有ベクトルについて、部分的な固有ベクトルの交換により更に合理的な周波数連続化の可能性が存在するか否かを検討する。本節の冒頭で述べた特徴から第1回路系と第2回路系の固有ベクトルには交換の余地は無いから、各回路系内の交換を考える。

第1回路系について、第1固有ベクトル（図2.5.3A（a））の各要素は有意（零でない）の値を持ち、かつ符号は同じである。第2、3固有ベクトル（図2.5.3A（b）、（c））にこの特徴を持つ部分は無い。第3固有ベクトルの第1、2要素はそれぞれに有意の値を持ち符号が異なる。第2固有ベクトルにこの特徴を有する区間は無い。従って第1回路系の固有ベクトルに交換の余地は無い。

次に、第2回路系について、第6固有ベクトル（図2.5.3B（c））の第1、2要素はそれぞれに有意の値を持ち符号が異なる。第4、5固有ベクトル（図2.5.3B（a）、（b））にこの特徴を持つ区間は無い。また、第5固有ベクトルの第1、2要素は全周波数範囲で同符号を保つため、第4固有ベクトルとの部分的な交換の必要は無い。

以上により、本研究の連続化手法は妥当であると言える。また、この連続化に要する処理時間は、前節で示した各種の周波数依存特性の算出時間を含めた全所要時間に対する割合で、5%程度以下である。

2.5.2 固有値の性質と形態

前述の周波数連続化手法を用いた場合に、固有値の交差が発生し得るか否かを検討する。 j 番固有ベクトルに属する固有値と k 番固有ベクトルに属する固有値の接近の程度を（2.5.1）式を用いて表し、これを複素不一致度と呼ぶものとする。複素複素不一致度が零の場合、重根を意味する。

$$\lambda_{jk} = \epsilon_{real} + j\epsilon_{imag} = (d_k - d_j) / d_j \quad (2.5.1)$$

図2.5.4aに第1～2固有値間の複素不一致度 λ_{12} を示す。 $|\lambda_{12}|$ は周波数の増加に伴

い徐々に小さくなるが、 λ_{12} の軌跡は十分滑らかであり計算周波数点間の周波数で零となる可能性は無い。従って、第1固有値と第2固有値は計算周波数0.001Hzから10MHzの範囲の同一周波数では決して一致しないと言える。また λ_{12} の軌跡は周波数0.001Hzでは正の実軸上に位置し、5.62Hzでは負の実軸上-0.7付近に位置するから、第1固有値と第2固有値の絶対値は前記周波数の間でその大きさが逆転する。これは、固有値の絶対値の大小が必ずしも固有値の属性を決定する要因ではないことを示している。固有値の交差に関し、 λ_{12} の位相を加味し、周波数を時間、軌跡を航跡に例えれば、前記観察結果は航跡は交差し得るが衝突は発生しない状況に似ている。

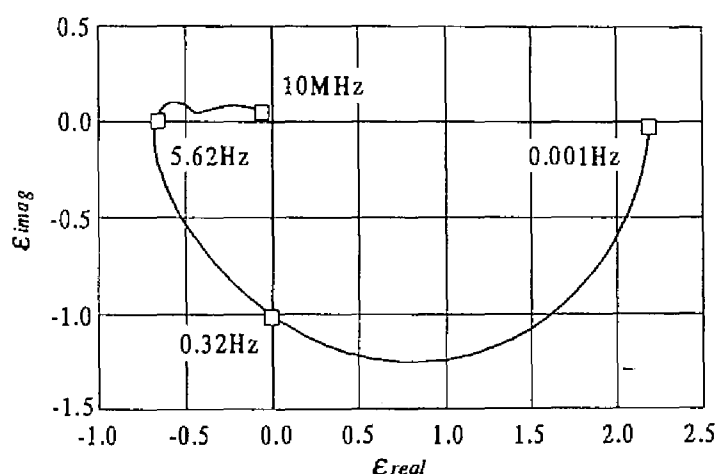


図 2.5.4a 第1 - 2固有値の複素不一致度

次に、第5 - 6固有値間の複素不一致度 λ_{56} と高周波数域でのその拡大図を図2.5.4bに示す。100kHzから1MHz付近の軌跡が不規則となるが、座標原点を通過する可能性は無いから、上記と同様のことが言える。

他のすべての固有値間についても、以上と同様の検討結果が得られた。また、(2.4.5a)式 (p.26) で定義した対角化指標 DF は 10^{-7} 以下である。

以上を総合して、本節で取り上げた不平衡線路は10MHzまで単根からなる固有値系として取り扱って良く、固有値の交差は無い。更に(2.4.5b)式で定義した復元誤差 EYZ および(2.4.10)式 (p.30) で定義したインピーダンス、アドミタンス行列に対する復元誤差 EZ 、 EY はそれぞれ 10^{-6} および 10^{-6} 、 10^{-5} 以下であり、得られた固有値および固有ベクトルの精度は十分である。

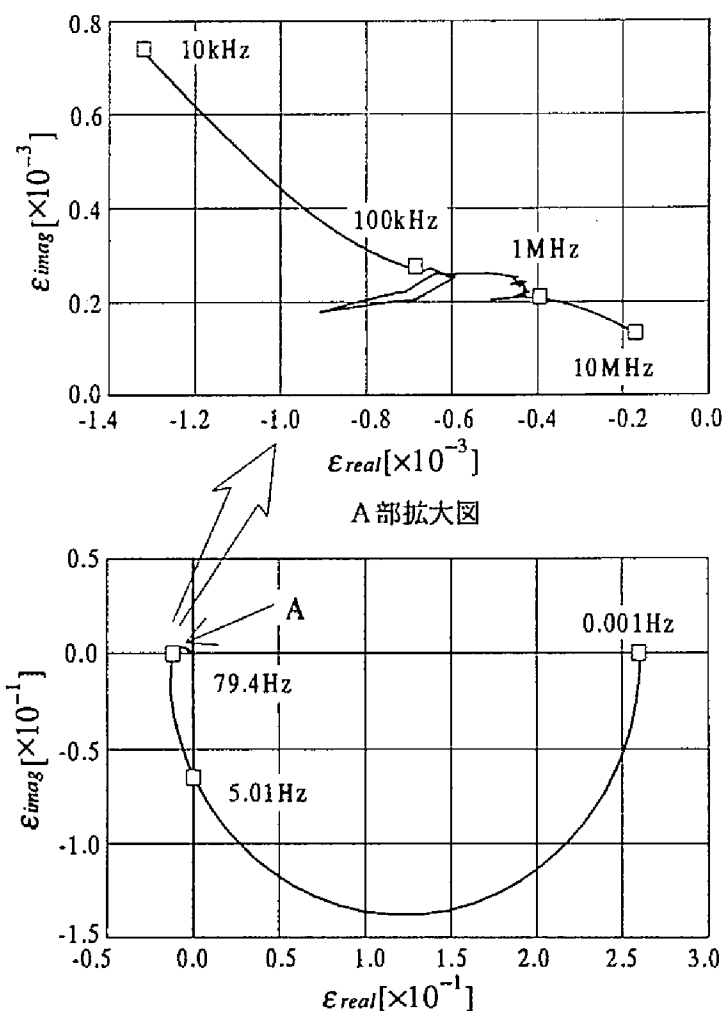


図 2.5.4b 第5 - 6 固有値の複素不一致度

2.5.3 モード枠 Bergeron モデルの周波数依存特性

(1) 変換行列

図 2.5.3A および 2.5.3B (p. 32, 33) から明らかなように、第1回路系および第2回路系のすべての固有ベクトルは周波数に大きく依存する。第1回路系の第1固有ベクトル (図 2.5.3A (a)) は全周波数範囲で $[+++]^T$ で表現でき、平衡線路の標準対角化行列 S (p. 26) の第1列 ($\alpha - \beta - 0$ 座標法の0成分変換ベクトルに相当) に対応するが、第3要素を1とおいた場合の他要素実部は、3.2から0.31程度まで変化している (図 2.5.3A (a))。また、第2回路系では、 $[+++]^T$ で表現される固有ベクトルは第4固有ベクトルの100Hz付近以上および第5固有ベクトルの100Hz付近以下の周波数域にあり、

平衡線路の0成分変換ベクトルに相当する固有ベクトルが2つの固有ベクトルに分解されている（図2.5.3B (a)、(b)）。

次に、周波数に対する変化の様相について、いずれの固有ベクトルも1ディケード程度の比較的狭い周波数帯域で大きく変化し、これら帯域は第1回路系では0.1および10Hz付近、第2回路系では100Hz付近にある。線路アドミタンス行列の結合（各要素の比）は周波数の変化に対し一定であるから、前記の周波数帯域で固有ベクトルが大きく変化するのは、これら周波数帯域で線路インピーダンス行列の結合が大きく変化するためと考えられる。

従来、変換行列実部の周波数による実部最大値に対する変動範囲は垂直導体配列を有する交流2回線線路で最大50%程度であることが報告されている⁽²⁶⁾。しかし、第3および4固有ベクトル（図2.5.3A (c)、図2.5.3B (a)）はそれぞれ $[+ - -]^T$ モードから $[+ - +]^T$ モードへ、また、 $[0 - +]^T$ モードから $[+ + +]^T$ モードへ、モードの遷移が発生しており、その第3および第2要素の最大絶対値に対する変動範囲は100%を超える。このことより、異種導体を含む中性線帰路方式の二回線直流線路では、交流二回線線路に比較してさらに大きな変換行列の周波数依存性を考慮する必要があることを示している。

なお、絶対値が1を超える要素が存在するが、これは既に述べたように、固有ベクトルの完全正規化を実施していないことによる。

(2) モードサージアドミタンス

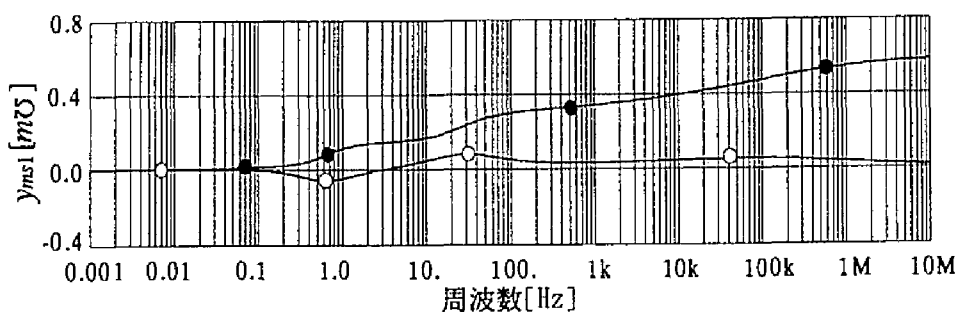
第1回路系の第1、2および第2回路系の第4モードサージアドミタンスの周波数依存特性を図2.5.5に示す。

図(a)の第1モードが比較的緩やかな変化をするのに対し、図(b)、(c)の第2および第4モードはそれぞれ10Hzおよび100Hz付近で大きく変化しており、強い周波数依存性を示す。また、これら周波数は対応する変換行列の列要素（固有ベクトル）が大きく変化する周波数に該当する。

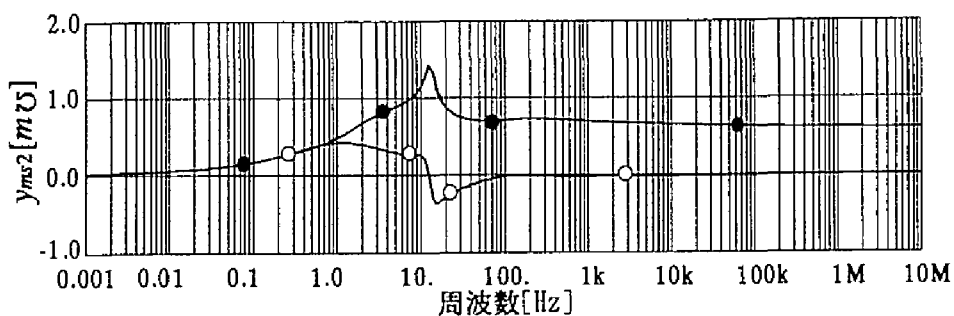
(3) モード減衰特性の周波数依存特性

モード伝搬特性から2.4.12式(p.30)を用いて伝搬時間を分離した後の第1回路系の第1、2および第2回路系の第4モードの減衰特性の周波数依存特性をその絶対値および位相表示で図2.5.6に示す。

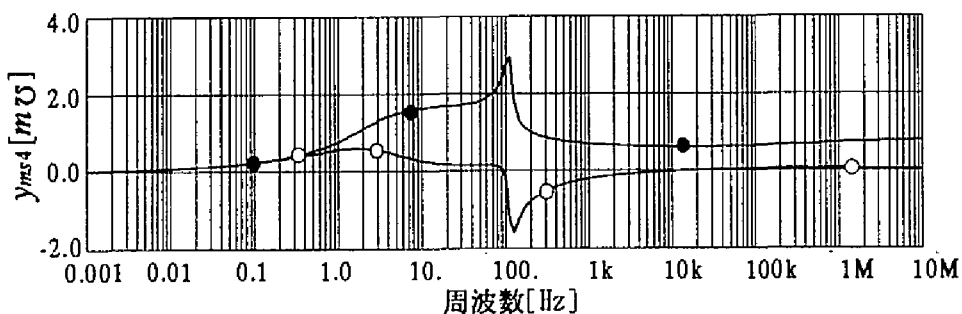
いずれの周波数依存特性も2-3ディケードの周波数範囲で-40db程度まで減衰し、



(a) 第1回路系の第1モードサージアドミタンス



(b) 第1回路系の第2モードサージアドミタンス



(c) 第2回路系の第4モードサージアドミタンス

—●— : 実部 —○— : 虚部

図 2.5.5 モードサージアドミタンスの周波数依存特性

その位相変化範囲は-45度から90度以内に留まり、略最小位相特性を示している。また、これらの図は不平衡線路のモード減衰特性の周波数依存特性が平衡線路の場合と同様の特性となることを示している。

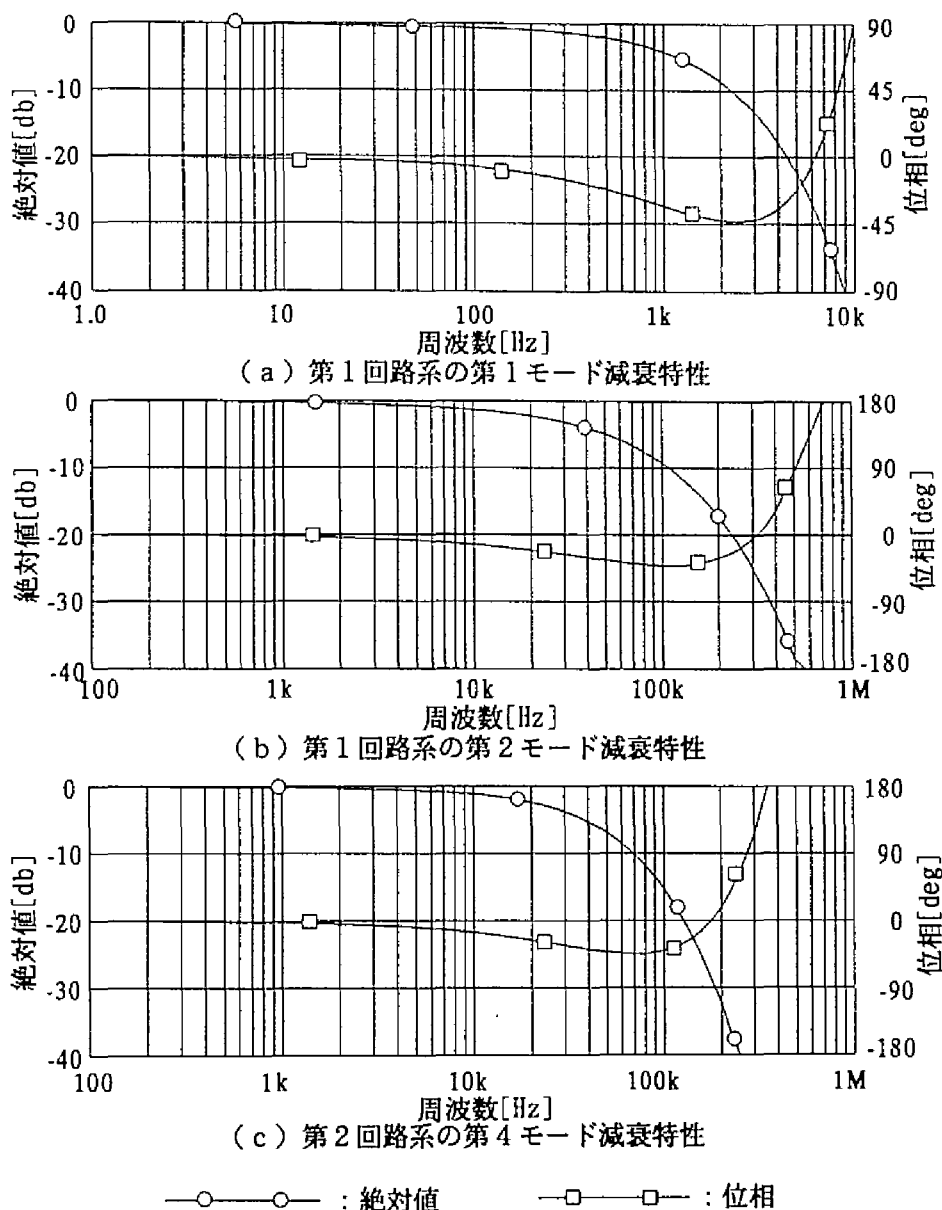
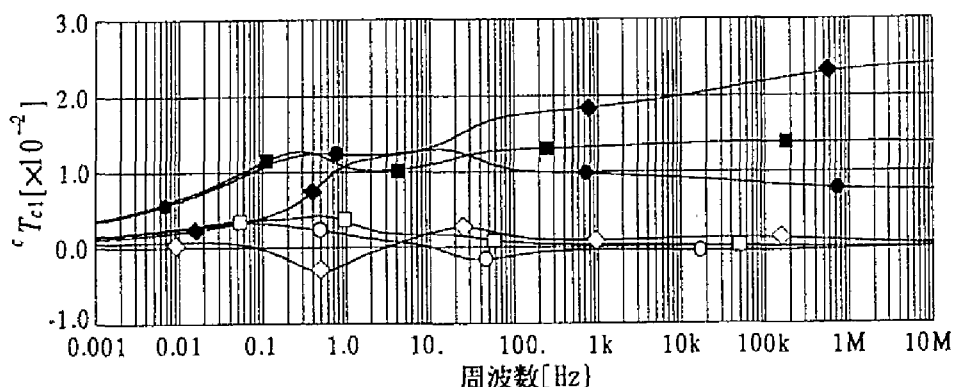


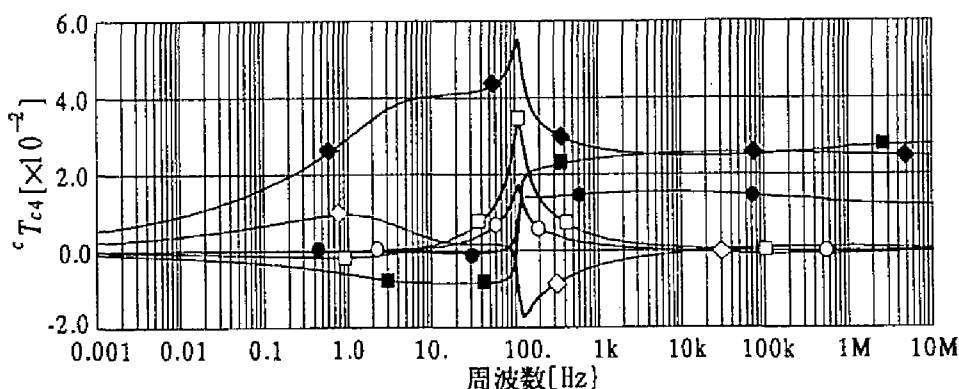
図 2.5.6 モード減衰特性の周波数依存性

2.5.4 変形モード枠 Bergeron モデルの周波数依存特性

2.3.2節で述べた変換行列系の規格化手法を前記モデル直流線路に適用したときの変換行列の一部を図 2.5.7に示す。ここで、モードサージインピーダンスは全周波数範囲で1として規格化した。図(a)および(b)に示す変換行列第1列および第4列は、前節で示した第1および第4モードサージアドミタンスの周波数依存特性がそれ



(a) 変換行列第1列



(b) 変換行列第4列

- | | | |
|------------|------------|------------|
| ● : 第1要素実部 | ■ : 第2要素実部 | ◆ : 第3要素実部 |
| ○ : 第1要素虚部 | □ : 第2要素虚部 | ◇ : 第3要素虚部 |

図 2.5.7 変形モード枠モデルの変換行列の周波数依存特性

ぞれ第1および第4固有ベクトルの周波数依存特性に組み込まれる様相を示す。

なお、本モデルの減衰特性の周波数依存特性は前節で示したモード枠モデルの減衰特性と同じである。

2.5.5 相枠Bergeronモデルの周波数依存特性

(1) 相サージアドミタンス

図 2.5.8A に相サージアドミタンスの要素の一部を示す。図 (a) および (b) はそれぞれ、自己 ((1, 1) 要素) および相互アドミタンス ((1, 3) 要素) である。相互成分の周波数依存性は自己成分のそれに比較して強い。また、相サージアドミタンスの

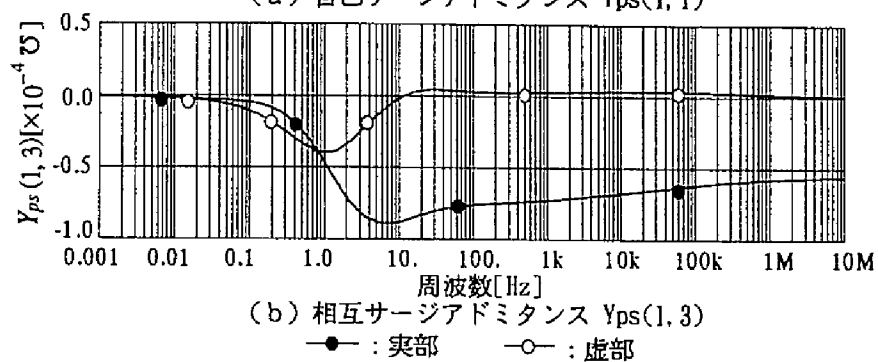
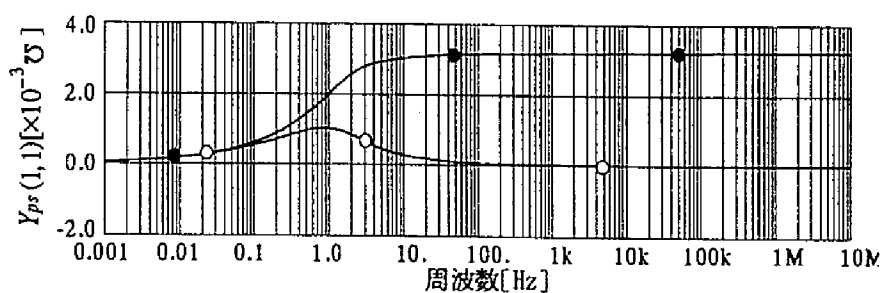


図 2.5.8A 相サージアドミタンスの周波数依存特性

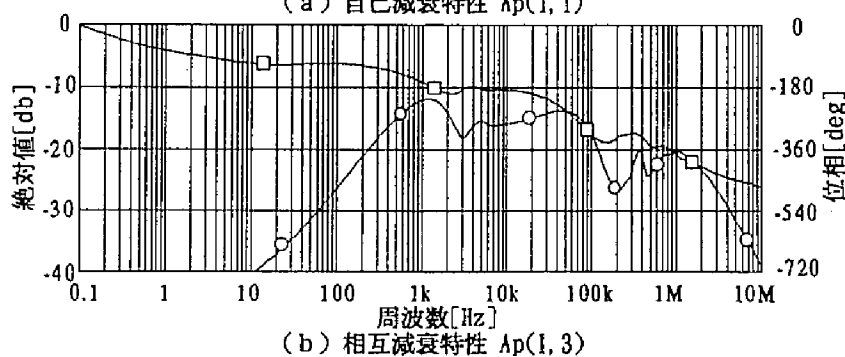
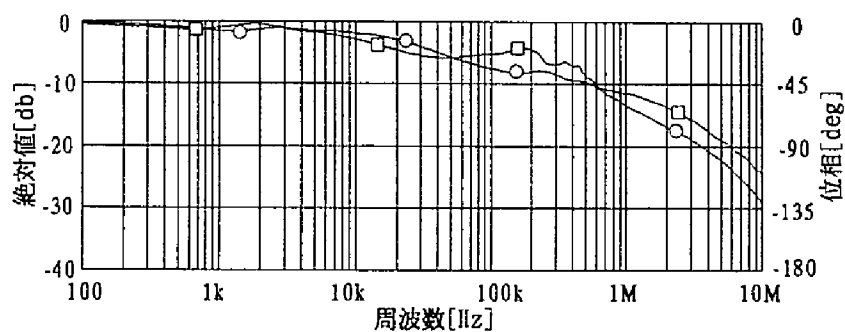


図 2.5.8B 相減衰特性の周波数依存特性

周波数依存特性は、モード変換行列（図 2.5.3A および 2.5.3B、p. 32, 33）およびモードサージアドミタンス（図 2.5.5、p38）の周波数依存特性と比較すると緩やかである。

（２）相減衰特性

自己（(1, 1) 要素）および相互減衰特性（(1, 3) 要素）を絶対値および位相表示で図 2.5.8B の（a）および（b）に示す。モード減衰特性の荷重和となることから、モード減衰特性（図 2.5.6、p39）に比べ、広範な周波数範囲で絶対値は増減し、強い周波数依存性を示す。また、絶対値が-20db以内での位相の変動範囲は自己減衰特性で-90度以内、相互減衰特性で-450度（1回転強）程度であり、過度の位相変動は抑制されている。このことから、2.4.3節（p. 28）で述べた伝搬時間の設定と減衰特性の抽出方法は妥当である。

2. 6 結言

不平衡線路へのBergeron法の適用を意図したモード枠および相枠のモデルを構成した後、線路導体の表皮効果および大地の影響を取り入れた線路定数を用いて、前記モデルの周波数依存特性を検討した結果、以下のような成果が得られた。

（１）不平衡線路のモード枠モデルの構成に関し、固有値および固有ベクトル系（サージアドミタンスを含む）の周波数連続化方法を開発し、中性線帰路方式双極直流二回線線路に適用して、前記方法が有効であることを示すとともに、その変換行列系が強い周波数依存性を持つことを示した。

（２）前記の線路の固有値の性質を検討した結果、この線路の固有値は実用上妥当な周波数範囲内で重根状態となることはなく、単根のみからなる系として取り扱えることが明らかとなった。

（３）モードサージアドミタンスを定数と置く変換行列系の新しい正規化手法を見出し、これに基づくモード枠モデルを提案した。

（４）モード枠および相枠モデルの減衰特性について、これが略最小位相特性を示す伝搬時間の抽出方法を示した。

第 3 章

モード枠の Bergeron 等価回路の構成とその精度

第3章 モード枠の Bergeron 等価回路の構成とその精度

3. 1 緒言

この章では不平衡線路にモード枠Bergeron法を適用するに際し、先ず、強い周波数依存性を持つ変換行列およびモードサージアドミタンスの近似方法⁽²⁸⁾を見出した後、これらの時間領域の数値解法を決定する。次に得られた数値解法を基にモード枠のBergeron 等価回路を構成し、これを用いた不平衡線路の過渡現象解析方法を示す。

次に、因果律の充足判定の一法を見出し、これを基に各種不平衡線路における変換行列系の物理的性質を検討する。この結果、変換行列系の一部は必ずしも因果率を満足するものではなく、このことが変換行列系の周波数依存特性を表現する場合の本質的な誤差要因となることを示す^(28, 30)。

また、低周波域で発生する前記問題は線路抵抗の修正により除去できることを示し、修正した抵抗に相当する集中抵抗を等価回路に組み込むことにより、変換行列系の周波数依存性を考慮した新しい等価回路が構成できることを示す⁽³⁰⁾。

更に、フーリエ変換法による厳密解との比較から、提案近似手法を用いて構成したBergeron等価回路による過渡現象解析結果が従来近似手法によるそれに比し、精度で優れていることを示した後、提案した等価回路による解析結果が厳密解に良く一致することを示す⁽³⁰⁾。

3. 2 モード枠の Bergeron 等価回路の構成と過渡現象の解析方法

モード枠Bergeronモデル(図2.3.5、p.17)により時間領域の数値解を得るには、周波数領域で与えられたモード変換行列、サージアドミタンスおよび減衰特性を基に、これらの時間領域における数値解法を定め、Bergeron等価回路を構成する必要がある。

この節では、強い周波数依存性を持つモード変換行列およびサージアドミタンスの時間領域における数値解法を定めた後、この解法を基に、モード枠のBergeron等価回路を構成する。なお、モード枠減衰特性の数値解法には従来手法⁽¹⁹⁾が適用可能であるため、本研究では言及しない。

3.2.1 モード枠周波数依存特性の近似方法

従来、実定数変換行列を用いて得られた減衰特性を低次伝達関数で近似し、巡回型の相乗積分を得る方法として、卯本等の方法^(11, 17)がある。この方法は周波数特性の

絶対値を極と零点を交互に用いて追尾し、(3.2.1a) 式で近似した後、(3.2.1b) 式の形に展開する。

$$F(s) = k \frac{(s+z_1)(s+z_2)\cdots(s+z_n)}{(s+p_1)(s+p_2)\cdots(s+p_m)} \quad (m > n) \quad (3.2.1a)$$

$$F(s) = k_c + \sum_i \frac{k_{di}}{1+st_{di}} \quad (3.2.1b)$$

ここに、 s は Laplace の演算子を表す。

L. R. Marti は実定数変換行列から導かれたサージインピーダンスが、また、L. Marti はケーブル系統のモード変換行列およびサージアドミタンスが、上記の方法により精度良く近似できることを示した^(19,27)。しかし、著者は、第2章で取り上げた強い周波数依存性を持つモデル直流線路の変換行列およびモードサージアドミタンスの近似に L. R. Marti の方法を適用したところ、必ずしも十分な精度が得られず、また、残差が二次の伝達関数に良く類似することを見出した。このことから、(3.2.1b) 式に二次項を付加した次式の形式で直接、近似する方法を採用した⁽²⁸⁾。

$$F(s) = k_c + \sum_i \frac{k_{di}}{1+st_{di}} + \sum_j \frac{k_{qj}\zeta_{qj}\omega_{qj}s}{s^2 + \zeta_{qj}\omega_{qj}s + \omega_{qj}^2} \quad (3.2.2)$$

上式による近似を達成するため、図 3.2.1 で示す関数の実部および虚部を表示した場合の局所的な特徴と計算機のグラフィック機能を利用した残差の表示を比較して、与えられた周波数特性から優勢な図 3.2.1 の伝達関数の形を見出し、この伝達関数を用いて順次近似する手法を採用した。

角周波数を ω 、与えられた周波数特性を $W(\omega)$ と置くと、前記手法のアルゴリズムは以下となる。

ステップ1：周波数特性 $W(\omega)$ をグラフィック表示し、近似に用いる関数形 $f_r(s)$ と近似する周波数区間を見出す。

ステップ2：最小二乗法を用いて、ステップ1で見出した関数形の k_d, t_d 等のパラメータを、各伝達関数が安定 ($t_d, t_{d1}, t_{d1}, \zeta_q, \zeta_{q1}, \zeta_{q1} > 0$) の条件の下に、近似周波数区間内1デケード程度の実部周波数特性から決定する。

ステップ3：前ステップで決定された k_d, t_d 等のパラメータを用い、残差 $E(\omega) = W(\omega) - f_r(j\omega)$, $j = \sqrt{-1}$ を計算する。残差 $E(\omega)$ が十分小さければ終了。そうでなければステップ1の $W(\omega)$ を残差 $E(\omega)$ に置換し、ステップ1-3を繰り返す。

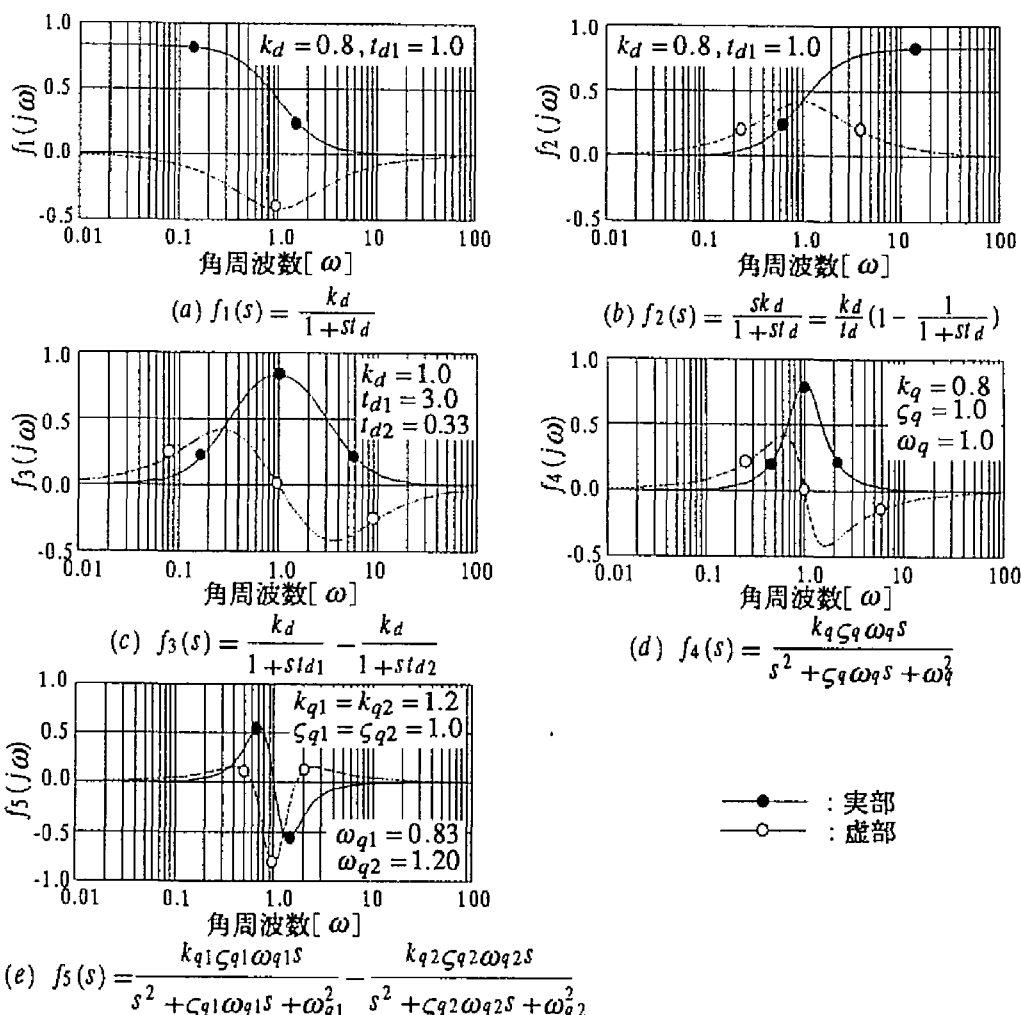


図 3.2.1 伝達関数とその特徴

なお、図 3.2.1 で関数形式 (a) および (b) は近似過程の初期の残差 $E(\omega)$ が示す特徴であり、(c)、(d) および (e) は近似の進展に伴って残差 $E(\omega)$ に現れる特徴である。

図 3.2.2 は前章の図 2.5.3A (p. 32) で示した変換行列の (3, 3) 要素について一次項のみによる近似結果と二次項を付加した本研究の近似結果を比較している。一次項のみによる近似では、10Hz 付近で最大 60% 程度の誤差が残るのに対し、本研究手法による近似結果は元の周波数依存特性と良く一致し、最大誤差は 3% である。これは周波数依存性の強い部分を一次項だけで精度良く展開近似することは困難であることを示している。

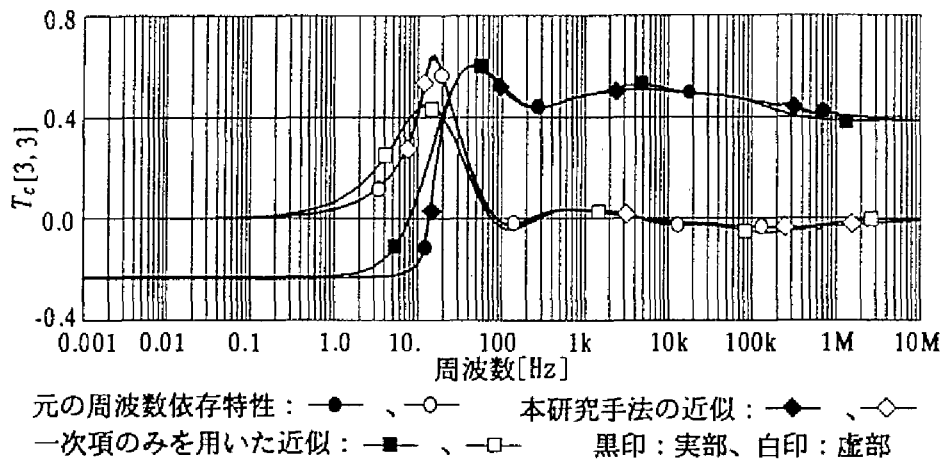
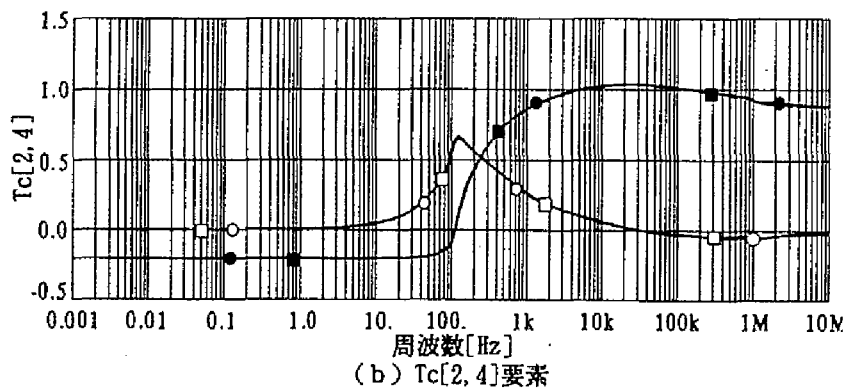
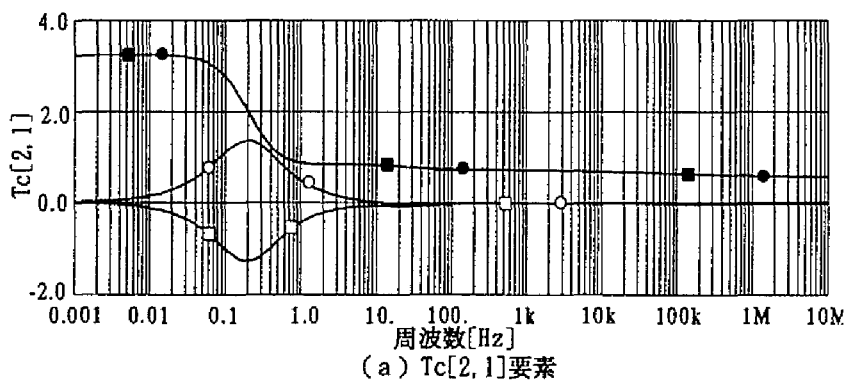
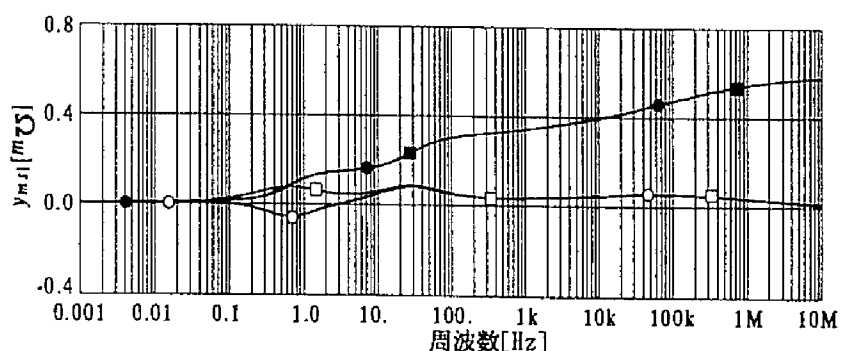


図 3.2.2 近似方法の比較

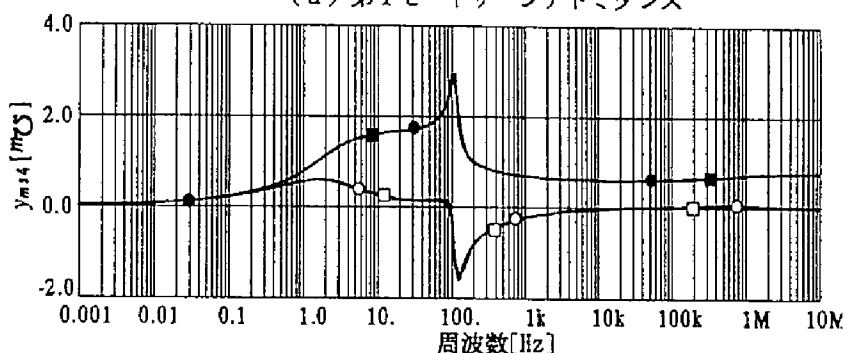


元の周波数依存特性：実部：●、虚部：○
近似周波数依存特性：実部：■、虚部：□

図 3.2.3 変換行列の周波数依存特性とその近似結果の比較



(a) 第1モードサージアドミタンス



(b) 第4モードサージアドミタンス

元の周波数依存特性：実部；—●—、虚部；—○—
 近似周波数依存特性：実部；—■—、虚部；—□—

図 3.2.4 モードサージアドミタンスの周波数依存特性と
 その近似結果の比較

図 3.2.3 にモデル直流線路の変換行列の要素のうち、周波数依存性の大きいものについて、元の周波数依存特性と本研究手法による近似結果を対比して示す。

図 (a) の [2, 1] 要素では、5Hz 付近以下で元の周波数依存特性と近似結果で、虚部の極性が反転している。一方、図 (b) に示す [2, 4] 要素では、元の周波数依存特性と近似結果は良く一致している。図 3.2.4 に示す第1および第4モードサージアドミタンスについても前記と同様の観測結果が得られる。

第1固有ベクトル系で観測されるこれらの虚部の符号の相違は、元の周波数依存特性が前記周波数帯では、安定な伝達関数 ($t_d, t_{d1}, t_{d1}, s_q, s_{q1}, s_{q1} > 0$) を用いて精度良く近似することが困難であることを示しており、この問題は因果律の充足問題として3.3節で取り上げる。

なお、本近似手法はモード枠の減衰特性および相枠の周波数依存特性の近似にも有効であり、近似に用いる関数形の決定に関する自動化については第4章に述べる。

3.2.2 周波数依存特性の時間領域の数値解法

前節、(3.2.2)式で与えられた伝達関数の時間領域の数値解法に関し、一次項については既に A. Semlyen 等により巡回形の相乗積分に基づく数個の数値解法が与えられている⁽¹⁷⁾。しかし与えられた数値解法の内、いずれが精度および計算効率を考慮して最も適切であるかの指針は示されていない。

従って本節では一次項の巡回形相乗積分に基づく数値解法について A. Semlyen 等の結果を示して数値解法 A が適切であることを示す。次に二次項の巡回形相乗積分を導いた後、数値解法を選定する。

なお、以下で伝達関数の入力および出力をそれぞれ、 u および x と置き、添字 $n, n-1, \dots$ を附して時系列を表す。またステップ幅は h とする。

(1) 数値解法の構成

(a) 一次の伝達関数の数値解法

(3.2.2)式 (p. 44) で示した一次の伝達関数の巡回形相乗積分は次式で与えられる。

$$x_n = e^{-\frac{1}{T_d}h} x_{n-1} + \frac{k_d}{T_d} \int_0^h e^{-\frac{1}{T_d}\tau} u(nh - \tau) d\tau \quad (h \geq \tau \geq 0) \quad (3.2.3)$$

上式より、A. Semlyen 等は入力 u の近似方法により、以下に示す2つの数値解法を導いている。

$$x_n = \alpha \cdot x_{n-1} + \lambda \cdot u_n + \mu \cdot u_{n-1} + \nu \cdot u_{n-2} \quad (3.2.4)$$

ここで、 $\alpha = e^{-\frac{1}{T_d}h}$ であり、 λ, μ, ν は以下で与えられる。

[数値解法 A]

入力 u を $u(nh - \tau) = \frac{u_{n-1} - u_n}{h} \tau + u_n \quad (h \geq \tau \geq 0)$ として近似する。この場合、

$$\lambda = k_d \left\{ 1 - \frac{t_d}{h} (1 - \alpha) \right\}, \mu = k_d \left\{ \frac{t_d}{h} (1 - \alpha) - \alpha \right\}, \nu = 0 \quad (3.2.5)$$

[数値解法 B]

入力 u を $u(nh - \tau) = \beta \cdot \tau^2 + \gamma \cdot \tau + u_n \quad (h \geq \tau \geq 0)$ として近似する。この場合、

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= k_d \left\{ \frac{t_d^2}{h^2} (1 - \alpha) - \frac{t_d}{2h} (3 - \alpha) + 1 \right\}, \\ \mu &= k_d \left\{ -\frac{2t_d^2}{h^2} (1 - \alpha) + \frac{2t_d}{h} - \alpha \right\}, \nu = k_d \left\{ \frac{t_d^2}{h^2} (1 - \alpha) - \frac{t_d}{2h} (1 + \alpha) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.6)$$

(b) 二次の伝達関数の数値解法

次に、(3.2.2) 式 (p. 44) で示した二次の伝達関数の巡回形相乗積分を構成する。一般解は周知の次式で与えられる。これより、(3.2.8) 式に示す巡回形相乗積分が導かれる。

$$x(t) = x(0)e^{-\alpha t} \{ \cos(\omega_d t) + k_1 \sin(\omega_d t) \} + k_2 \int_0^t e^{-\alpha(t-\tau)} \sin(\omega_d(t-\tau)) \cdot u'(\tau) d\tau \quad (3.2.7)$$

$$\text{ここに、} \alpha = \zeta_q \omega_q / 2, \quad \omega_d = \omega_q \sqrt{1 - \zeta_q^2 / 4} \quad (0 < \zeta < 2)$$

$$k_1 = \alpha / \omega_d, \quad k_2 = k_q \zeta_q \omega_q / \omega_d$$

$$\left. \begin{aligned} x_n = & \alpha_1 \cdot x_{n-1} - \alpha_2 \cdot x_{n-2} + \alpha_2 k_2 \int_0^h e^{\alpha \tau} \sin(\omega_d \tau) \cdot u'(\tau + (n-2)h) d\tau \\ & + \alpha_2 k_2 \sin(2\omega_d h) \int_h^{2h} e^{\alpha \tau} \cos(\omega_d \tau) \cdot u'(\tau + (n-2)h) d\tau \\ & - \alpha_2 k_2 \cos(2\omega_d h) \int_h^{2h} e^{\alpha \tau} \sin(\omega_d \tau) \cdot u'(\tau + (n-2)h) d\tau \end{aligned} \right\} \quad (3.2.8)$$

$$\text{ここで、} \alpha_1 = 2e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h), \quad \alpha_2 = e^{-2\alpha h}$$

[数値解法 I]

入力 u を (3.2.9a) 式で近似する (図 3.2.5)。ここで、(3.2.8) 式右辺の第 3 - 5 項に上記入力の微分 (3.2.9b) 式を代入、積分を実行すれば (3.2.9c) 式が得られる。

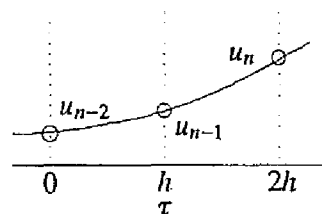


図 3.2.5 入力の近似 (I)

$$u(\tau + (n-2)h) = c_2 \cdot \tau^2 + c_1 \cdot \tau + c_0 \quad (2h \geq \tau \geq 0) \quad (3.2.9a)$$

$$u'(\tau + (n-2)h) = 2c_2 \cdot \tau + c_1 \quad (3.2.9b)$$

$$x_n = \alpha_1 \cdot x_{n-1} - \alpha_2 \cdot x_{n-2} + \beta_0 \cdot u_n + \beta_1 \cdot u_{n-1} + \beta_2 \cdot u_{n-2} \quad (3.2.9c)$$

$$\text{ここで、} \beta_0 = \frac{\lambda}{2h^2} - \frac{\mu}{2h}, \quad \beta_1 = -\frac{\lambda}{h^2} + \frac{2\mu}{h}, \quad \beta_2 = \frac{\lambda}{2h^2} - \frac{3\mu}{2h} \quad (3.2.10a)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda = & \frac{4k_2 h \omega_d}{\alpha^2 + \omega_d^2} \{ 1 - e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h) \} \\ & + \frac{4k_2 \alpha \omega_d}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^2} \{ -(1 + e^{-2\alpha h}) + 2e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h) \} \\ \mu = & \frac{k_2 \omega_d}{\alpha^2 + \omega_d^2} \{ 1 + e^{-2\alpha h} - 2e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h) \} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.10b)$$

[数値解法 II]

入力 u を (3.2.11a) 式で近似する (図 3.2.6)。この時、数値解法 I と同様にして、(3.2.11b) 式が得られる。

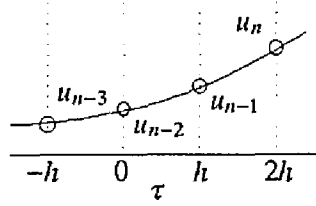


図 3.2.6 入力近似 (II)

$$u(\tau + (n-2)h) = c_3 \cdot \tau^3 + c_2 \cdot \tau^2 + c_1 \cdot \tau + c_0 \quad (2h \geq \tau \geq 0) \quad (3.2.11a)$$

$$\begin{aligned} x_n &= \alpha_1 \cdot x_{n-1} - \alpha_2 \cdot x_{n-2} \\ &+ \beta_0 \cdot u_n + \beta_1 \cdot u_{n-1} + \beta_2 \cdot u_{n-2} + \beta_3 \cdot u_{n-3} \end{aligned} \quad (3.2.11b)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \beta_0 &= \frac{\lambda}{6h^3} - \frac{v}{6h}, & \beta_1 &= -\frac{\lambda}{2h^3} + \frac{\mu}{2h^2} + \frac{v}{h}, \\ \beta_2 &= \frac{\lambda}{2h^3} - \frac{\mu}{h^2} - \frac{v}{2h}, & \beta_3 &= -\frac{\lambda}{6h^3} + \frac{\mu}{2h^2} - \frac{v}{3h} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.12a)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda &= \frac{6k_2\omega_d h^2}{\alpha^2 + \omega_d^2} \{2 - e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h)\} - \frac{24k_2\alpha\omega_d h}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^2} \{1 - e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h)\} \\ &\quad - \frac{6k_2\omega_d(\omega_d^2 - 3\alpha^2)}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^3} \{1 + e^{-2\alpha h} - 2e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h)\} \\ \mu &= \frac{4k_2 h \omega_d}{\alpha^2 + \omega_d^2} \{1 - e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h)\} \\ &\quad - \frac{4k_2\alpha\omega_d}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^2} \{1 + e^{-2\alpha h} - 2e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h)\} \\ v &= \frac{k_2\omega_d}{\alpha^2 + \omega_d^2} \{1 + e^{-2\alpha h} - 2e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h)\} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.12b)$$

[数値解法Ⅲ]

2.4.3 節 (p. 28) で述べたように減衰特性は伝搬時間遅れを持つから、伝搬時間がステップ幅の4倍以上の場合、入力時系列 u_{n+1} が利用できる。従って、(3.2.8) 式の第3項および第4-5項の積分で、入力の近似に (3.2.13) 式で示す u_a および u_b (図 3.2.7 参照) を用いることを

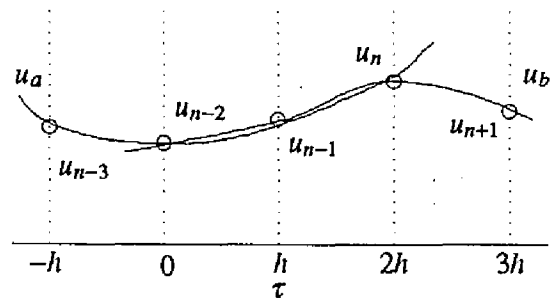


図 3.2.7 入力近似 (II)

考える。この時、(3.2.8) 式は (3.2.14) 式の形式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_a(\tau + (n-2)h) &= c_{13}\tau^3 + c_{12}\tau^2 + c_{11}\tau + c_{10} \\ u_b(\tau + (n-2)h) &= c_{23}\tau^3 + c_{22}\tau^2 + c_{21}\tau + c_{20} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.13)$$

$$\begin{aligned} x_n &= \alpha_1 \cdot x_{n-1} - \alpha_2 \cdot x_{n-2} \\ &+ \beta_{-1} \cdot u_{n+1} + \beta_0 \cdot u_n + \beta_1 \cdot u_{n-1} + \beta_2 \cdot u_{n-2} + \beta_3 \cdot u_{n-3} \end{aligned} \quad (3.2.14)$$

ここで、

$$\left. \begin{aligned} \beta_{-1} &= \frac{\lambda_2}{6h^3} - \frac{\mu_2}{2h^2} + \frac{v_2}{3h}, & \beta_0 &= \frac{\lambda_1}{6h^3} - \frac{v_1}{6h} - \frac{\lambda_2}{2h^3} + \frac{2\mu_2}{h^2} - \frac{3v_2}{2h}, \\ \beta_1 &= -\frac{\lambda_1}{2h^3} + \frac{\mu_1}{2h^2} + \frac{v_1}{h} + \frac{\lambda_2}{2h^3} - \frac{5\mu_2}{2h^2} + \frac{3v_2}{h}, \\ \beta_2 &= \frac{\lambda_1}{2h^3} - \frac{\mu_1}{h^2} - \frac{v_1}{2h} - \frac{\lambda_2}{6h^3} + \frac{\mu_2}{h^2} - \frac{11v_2}{6h}, & \beta_3 &= -\frac{\lambda_1}{6h^3} + \frac{\mu_1}{2h^2} - \frac{v_1}{3h} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.15a)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 &= \frac{3k_2h^2e^{-\alpha h}}{\alpha^2 + \omega_d^2} \{ \alpha \sin(\omega_d h) - \omega_d \cos(\omega_d h) \} \\ &+ \frac{6k_2he^{-\alpha h}}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^2} \{ (\omega_d^2 - \alpha^2) \sin(\omega_d h) + 2\alpha\omega_d \cos(\omega_d h) \} \\ &+ \frac{6k_2e^{-\alpha h}}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^3} [\alpha(\alpha^2 - 3\omega_d^2) \sin(\omega_d h) - \omega_d(\omega_d^2 - 3\alpha^2) \{ e^{-\alpha h} - \cos(\omega_d h) \}] \\ \mu_1 &= \frac{2k_2h}{\alpha^2 + \omega_d^2} e^{-\alpha h} \{ \alpha \sin(\omega_d h) - \omega_d \cos(\omega_d h) \} \\ &+ \frac{2k_2}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^2} e^{-\alpha h} \{ (\omega_d^2 - \alpha^2) \sin(\omega_d h) + 2\alpha\omega_d \cos(\omega_d h) - 2\alpha\omega_d e^{-\alpha h} \} \\ v_1 &= \frac{k_2}{\alpha^2 + \omega_d^2} e^{-\alpha h} \{ \alpha \sin(\omega_d h) - \omega_d \cos(\omega_d h) + \omega_d e^{-\alpha h} \} \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (3.2.15b)$$

$$\left. \begin{aligned} \lambda_2 &= \frac{3k_2h^2}{\alpha^2 + \omega_d^2} [\omega_d \{ 4 - e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h) \} - \alpha e^{-\alpha h} \sin(\omega_d h)] \\ &- \frac{6k_2h}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^2} [2\alpha\omega_d \{ 2 - e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h) \} + (\omega_d^2 - \alpha^2) e^{-\alpha h} \sin(\omega_d h)] \\ &- \frac{6k_2}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^3} [\alpha(\alpha^2 - 3\omega_d^2) e^{-\alpha h} \sin(\omega_d h) \\ &\quad + \omega_d(\omega_d^2 - 3\alpha^2) \{ 1 - e^{-\alpha h} \cos(\omega_d h) \}] \\ \mu_2 &= \frac{2k_2h}{\alpha^2 + \omega_d^2} [2\omega_d - e^{-\alpha h} \{ \alpha \sin(\omega_d h) + \omega_d \cos(\omega_d h) \}] \\ &- \frac{2k_2}{(\alpha^2 + \omega_d^2)^2} [2\alpha\omega_d + e^{-\alpha h} \{ (\omega_d^2 - \alpha^2) \sin(\omega_d h) - 2\alpha\omega_d \cos(\omega_d h) \}] \\ v_2 &= \frac{k_2}{\alpha^2 + \omega_d^2} [\omega_d - e^{-\alpha h} \{ \alpha \sin(\omega_d h) + \omega_d \cos(\omega_d h) \}] \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\} \quad (3.2.15c)$$

(2) 数値解法の選定

数値解法の精度判定基準として、(3.2.16) および (3.2.17) 式で示す、エネルギー捕捉率 E_c および誤差エネルギー比 E_p を定義する。

$$E_c = \int_0^{\omega_N} |G(\omega)|^2 d\omega / \int_0^{\infty} |G(\omega)|^2 d\omega \quad (3.2.16)$$

$$E_p = \int_0^{\omega_N} |G'(\omega) - G(\omega)|^2 d\omega / \int_0^{\omega_N} |G(\omega)|^2 d\omega \quad (3.2.17)$$

ここで、 $\omega, G(\omega), G'(\omega)$ はそれぞれ角周波数、数値解を求める伝達関数の周波数特性、数値解法の周波数特性であり、 ω_N はナイキスト周波数である。

(3.2.16) 式より、エネルギー捕捉率 E_c は零からナイキスト周波数の周波数範囲で捕捉し得る伝達関数のエネルギーの全エネルギーに対する割合を示しており、時間刻み h の妥当性を示す指標となる。

次に誤差エネルギー比 E_p は数値解を求めるべき伝達関数と数値解法との間の誤差の有するエネルギーの捕捉エネルギーに対する比を示しており、数値解法の精度判定の指標として使用できる。以下では、これら指標を用いて数値解法を選定する。

(a) 一次の伝達関数に関する数値解法の選定

時間刻み h を持つ数値解法の周波数特性は正弦波入力 $e^{j\omega t}$ に対する伝達関数 $G'(\omega, h)$

$$\left. \begin{aligned} x_n &= G'(\omega, h) \cdot u_n, \quad x_{n-1} = G'(\omega, h) \cdot u_{n-1} \\ u_n &= e^{j\omega h}, \quad u_{n-1} = 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.2.18)$$

$$G'(\omega, h) = \frac{\lambda e^{j\omega h} + \mu}{e^{j\omega h} - \alpha} \quad (3.2.19)$$

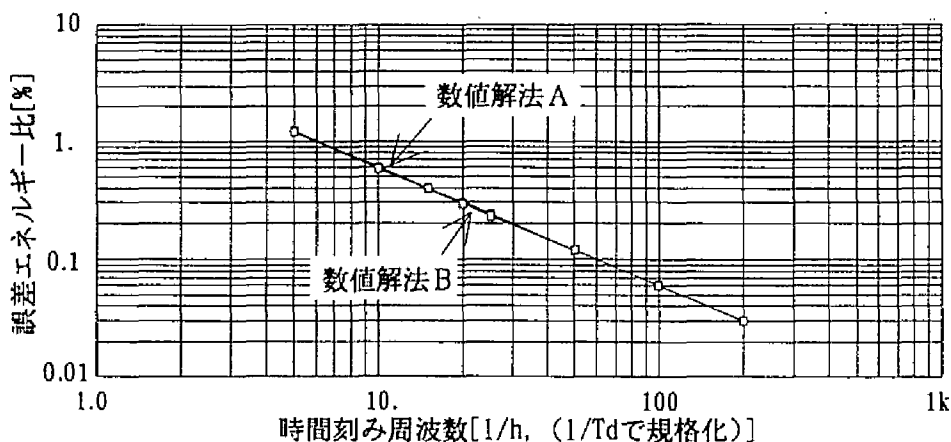


図 3.2.8 一次の伝達関数に関する数値解法の誤差エネルギー比

を求めれば得られる⁽³⁹⁾。数値解法Aの伝達関数は(3.2.4)式($\nu=0$)に(3.2.18)式の関係代入整理して、(3.2.19)式で与えられる。数値解法Bに対する伝達関数もまた、同様にして得られる。

図3.2.8は数値解法AおよびBに対し時間刻み h を変化させた場合の誤差エネルギー比 E_p を示している。この図から数値解法AとBの誤差エネルギー比に有意の差は無いと言える。従って、数値解法AとBの精度は同等であるから、乗算項数の少ない数値解法Aを用いるべきである。

次に、エネルギー捕捉率 E_c と誤差エネルギー比 E_p を用いる精度評価の妥当性を検討する。図3.2.9は時間刻みを変化させた場合のエネルギー捕捉率を示している。この図から、時間刻みを時定数の1/10以下に選定すれば、エネルギー捕捉率98%以上、また図3.2.8から、誤差エネルギー比0.6%以下となり、時間刻みの選定および解析精度の明快な指針が得られる。

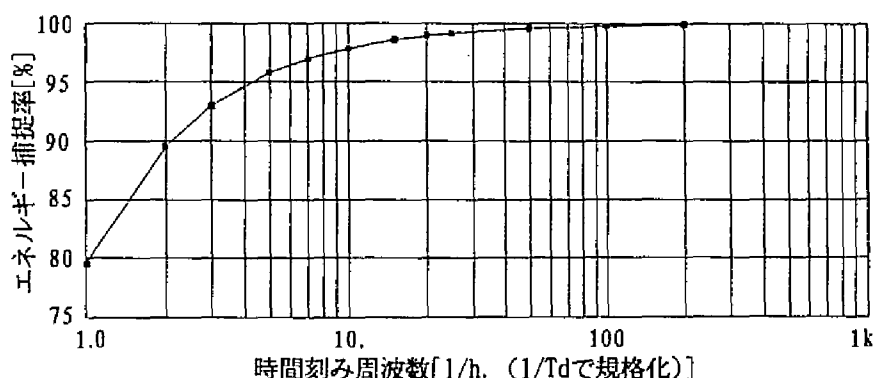


図 3.2.9 一次の伝達関数のエネルギー捕捉率

(b) 二次の伝達関数に関する数値解法の選定

数値解法I、IIおよびIIIについて、制動係数($\zeta_q/2$)を0.5とし、時間刻みを変化させた場合の誤差エネルギー比を図3.2.10に示した。この図から数値解法IおよびIIの誤差エネルギー比に大きな差は無い。従って、数値解法Iに比べ乗算項数の多い数値解法IIを用いる利点はないと考えられる。

次に、同一の時間刻みを用いる場合、数値解法IIIはIに比べ誤差エネルギー比で40%程度小さく、従って解析精度は高い。一方、単位時間の解析に要する演算時間を数値解法IとIIIで同一とすると、数値解法Iの時間刻みは数値解法IIIの時間刻みの70

%程度に取って良い（数値解法ⅠおよびⅢの乗算項数はそれぞれ5および7）。

単位時間の解析時間一定の条件で、数値解法ⅠおよびⅢについて、制動係数（ $\zeta_q/2$ ）を0.5とした場合の誤差エネルギー比およびエネルギー捕捉率を表3.2.1aおよび3.2.1bに示した。これらの表で、時間刻み周波数 $f_s(1/h)$ の対応する欄は計算効率上、同等である（例えば表3.2.1aの $f_s=21$ と表3.2.1bの $f_s=15$ ）。

誤差エネルギー比では数値解法Ⅲが優れている（低い）が、エネルギー捕捉率では数値解法Ⅰが優れる（高い）。これより、計算効率を考慮すると、数値解法ⅠとⅢは同等であると言える。本研究では表現の簡便さから数値解法Ⅰを選定している。しかし伝搬特性への適用において、メモリ制約があり時間刻みを減少出来ない場合には、数値解法Ⅲが有利であることに留意すべきである。

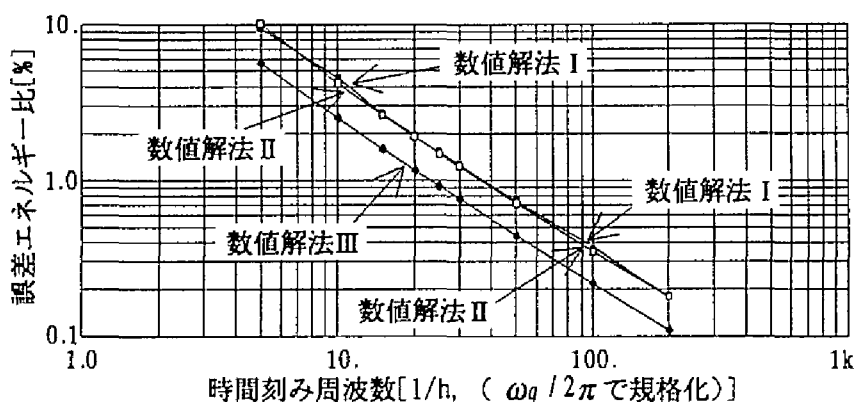


図 3.2.10 二次の伝達関数に関する数値解法の誤差エネルギー比

表3.2.1a 数値解法Ⅰの誤差エネルギー比 E_p とエネルギー補足率 E_c
(f_s : 時間刻み周波数 $1/h$, $\omega_q/2\pi$ で規格化)

f_s	21	28	35	42	70	140	280
E_p	1.85	1.36	1.07	0.89	0.53	0.26	0.13
E_c	94.0	95.5	96.4	97.0	98.2	99.1	99.6

表3.2.1b 数値解法Ⅲの誤差エネルギー比 E_p とエネルギー補足率 E_c
(f_s : 時間刻み周波数 $1/h$, $\omega_q/2\pi$ で規格化)

f_s	15	20	25	30	50	100	200
E_p	1.59	1.16	0.92	0.76	0.45	0.22	0.11
E_c	91.7	93.8	95.1	96.0	97.7	99.0	99.6

なお、以上の検討は制動係数 ($\zeta_q/2$) を 0.5 として行ったが、得られた結果は広範な制動係数について同等に言える。図 3.2.11 および図 3.2.12 に解法 I および解法 III について、 ζ_q をパラメータとした場合の誤差エネルギー比を示した。また、図 3.2.13 には ζ_q をパラメータとした場合のエネルギー捕捉率を示した。これらの図は、広範な ζ_q について適正な時間刻みを決定するための資料として利用できる。

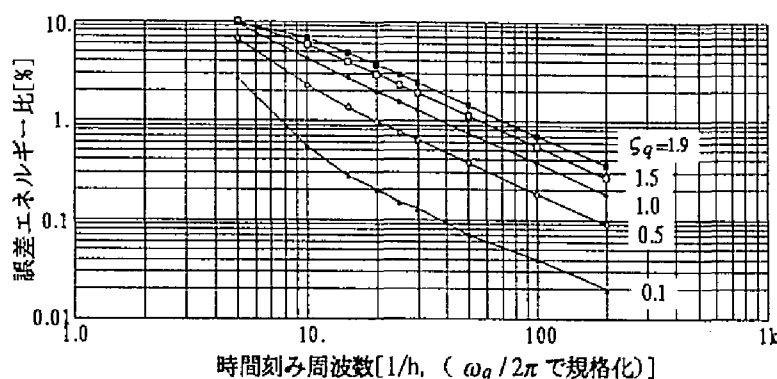


図 3.2.11 数値解法 I の誤差エネルギー比

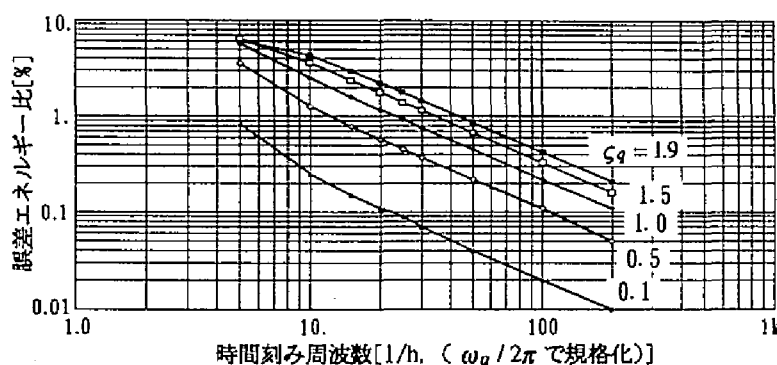


図 3.2.12 数値解法 III の誤差エネルギー比

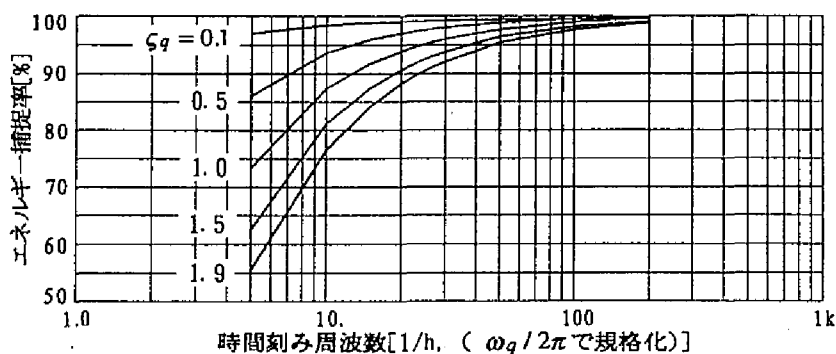


図 3.2.13 二次の伝達関数のエネルギー捕捉率

3.2.3 モード枠 Bergeron 等価回路の構成

前節で述べた数値解法を図 2.3.5 (p. 17) で示したモード枠 Bergeron モデルの各ブロックへ適用する。以下に電圧、電流および各周波数依存特性に関する表記方法を記す。

$V_{pj,n} = [v_{pj,1,n} \ v_{pj,2,n} \ \cdots \ v_{pj,N,n}]^T$: 時系列第 n ステップにおける j 端相電圧を表わす。左辺および右辺の第 1 区分の下付き添字は図 2.3.5 (p. 17) に示した記号をそのまま用いる。左辺第 2 および右辺第 3 区分の添字は時系列 n を表わし、右辺第 2 区分の添字はベクトルの要素番号を表わす。 N は相または導体数である。各部の電圧、電流はこの表記方法に従う。

$k_{ct,ml}$: 電流変換行列 T_c の定数項、第 1 区分の添字 t は変換行列を表わし、第 2 区分の添字 ml は m 行 l 列要素を示す。

$\alpha_{t,ml,k_{l1}}, \lambda_{t,ml,k_{l1}}, \mu_{t,ml,k_{l1}}$: 電流変換行列の一次の伝達関数項を数値解法 A (p. 48) を用いて解くときの係数、第 2 区分の添字は上記に同じ、第 3 区分の添字 k_{l1} は第 k_{l1} 項を示す。

$\alpha_{1t,ml,k_{l2}}, \alpha_{2t,ml,k_{l2}}, \beta_{0t,ml,k_{l2}}, \beta_{1t,ml,k_{l2}}, \beta_{2t,ml,k_{l2}}$: 電流変換行列の二次の伝達関数項を数値解法 I (p. 49) を用いて解くときの各係数。各添字は上記に同じ。

$\phi_{t,ml,k_{l1},n}^I, \varphi_{t,ml,k_{l2},n}^I$: 電圧変換行列 T_c^I の一次、二次の伝達関数項の応答、第 1 - 3 区分の添字は上記に同じ、第 4 区分の添字は時系列 n の値であることを示す。

$\phi_{t,ml,k_{l1},n}, \varphi_{t,ml,k_{l2},n}$: 電流変換行列 T_c の上記の応答。

$k_{ca,m}, \alpha_{a,m,k_{a1}}, \lambda_{a,m,k_{a1}}, \mu_{a,m,k_{a1}}, \alpha_{1a,m,k_{a2}}, \alpha_{2a,m,k_{a2}}, \beta_{0a,m,k_{a2}},$

$\beta_{1a,m,k_{a2}}, \beta_{2a,m,k_{a2}}$: モード減衰特性 A_m の定数、一次および二次の伝達関数項の前記係数、添字 a は減衰特性、 m は第 m 要素、 k_{a1}, k_{a2} はそれぞれ第 k_{a1}, k_{a2} 項であることを示す。

$\phi_{a,m,k_{a1},n}, \varphi_{a,m,k_{a2},n}$: モード減衰特性の一次、二次の伝達関数項の時系列 n における応答。第 1 - 3 添字は上記に同じ。

$k_{cy,m}, \alpha_{y,m,k_{y1}}, \lambda_{y,m,k_{y1}}, \mu_{y,m,k_{y1}}, \alpha_{1y,m,k_{y2}}, \alpha_{2y,m,k_{y2}}, \beta_{0y,m,k_{y2}},$

$\beta_{1y,m,k_{y2}}, \beta_{2y,m,k_{y2}}, \phi_{y,m,k_{y1},n}, \varphi_{y,m,k_{y2},n}$: モードサージアドミタンス $Y_{ms}(Z_{ms}^{-1})$ に関する、前記定数、係数および応答、添字 y はモードサージアドミタンスを表す。

$n_{\tau k} = \tau_{mk} / h$: k モード伝搬時間のステップ数換算値、 h : ステップ幅。

このとき、ステップ n において j 端に対し以下の式が成り立つ。

モード電圧ベクトル $V_{mj,n}$ の第 m 要素 (電圧変換行列 (T_c^I) 出力):

$$\left. \begin{aligned} v_{mj,m,n} &= \sum_l k_{cl,lm} v_{pj,l,n} + \sum_l \sum_{k_{l1}} \phi_{l,ml,k_{l1},n}^I + \sum_l \sum_{k_{l2}} \varphi_{l,ml,k_{l2},n}^I \\ \phi_{l,ml,k_{l1},n}^I &= \lambda_{l,lm,k_{l1}} v_{pj,l,n} + \phi_{l,ml,k_{l1},n}' \\ \phi_{l,ml,k_{l1},n}' &= \alpha_{l,lm,k_{l1}} \phi_{l,ml,k_{l1},n-1}^I + \mu_{l,lm,k_{l1}} v_{pj,l,n-1} \\ \varphi_{l,ml,k_{l2},n}^I &= \beta_{ol,lm,k_{l2}} v_{pj,l,n} + \varphi_{l,ml,k_{l2},n}' \\ \varphi_{l,ml,k_{l2},n}' &= \alpha_{1l,lm,k_{l2}} \varphi_{l,ml,k_{l2},n-1}^I + \alpha_{2l,lm,k_{l2}} \varphi_{l,ml,k_{l2},n-2}^I \\ &\quad + \beta_{1l,lm,k_{l2}} v_{pj,l,n-1} + \beta_{2l,lm,k_{l2}} v_{pj,l,n-2} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.20)$$

入来電圧ベクトル $V_{mj,n}'$ の第 m 要素 (減衰特性出力):

$$\left. \begin{aligned} v_{mj,m,n}' &= k_{ca,m} v_{mk,m,n-n\tau_k}'' + \sum_{ka1} \phi_{a,m,ka1,n} + \sum_{ka2} \varphi_{a,m,ka2,n} \\ \phi_{a,m,ka1,n} &= \alpha_{a,m,ka1} \phi_{a,m,ka1,n-1} + \lambda_{a,m,ka1} v_{mk,m,n-n\tau_k}'' + \mu_{a,m,ka1} v_{mk,m,n-1-n\tau_k}'' \\ \varphi_{a,m,ka2,n} &= \alpha_{1a,m,ka2} \varphi_{a,m,ka2,n-1} + \alpha_{2a,m,ka2} \varphi_{a,m,ka2,n-2} \\ &\quad + \beta_{oa,m,ka2} v_{mk,m,n-n\tau_k}'' + \beta_{1a,m,ka2} v_{mk,m,n-1-n\tau_k}'' + \beta_{2a,m,ka2} v_{mk,m,n-2-n\tau_k}'' \end{aligned} \right\} \quad (3.2.21)$$

ここで、反射電圧 V_{mj}' , V_{mk}'' の初期化には (2.3.23) 式 (p.17) を用いる。

モード枠電流ベクトル $I_{mj,n}$ の第 m 要素 (モードサージアドミタンス出力):

$$\left. \begin{aligned} i_{mj,m,n} &= k_{cy,m} (v_{mj,m,n} - 2v_{mj,m,n}') + \sum_k \phi_{y,m,ky1,n} + \sum_k \varphi_{y,m,ky2,n} \\ \phi_{y,m,ky1,n} &= \lambda_{y,m,ky1} v_{mj,m,n} + \phi_{y,m,ky1,n}' \\ \phi_{y,m,ky1,n}' &= \alpha_{y,m,ky1} \phi_{y,m,ky1,n-1} - 2\lambda_{y,m,ky1} v_{mj,m,n}' \\ &\quad + \mu_{y,m,ky1} (v_{mj,m,n-1} - 2v_{mj,m,n-1}') \\ \varphi_{y,m,ky2,n} &= \beta_{oy,m,ky2} v_{mj,m,n} + \varphi_{y,m,ky2,n}' \\ \varphi_{y,m,ky2,n}' &= \alpha_{1y,m,ky2} \varphi_{y,m,ky2,n-1} + \alpha_{2y,m,ky2} \varphi_{y,m,ky2,n-2} \\ &\quad - 2\beta_{oy,m,ky2} v_{mj,m,n}' + \beta_{1y,m,ky2} (v_{mj,m,n-1} - 2v_{mj,m,n-1}') \\ &\quad + \beta_{2y,m,ky2} (v_{mj,m,n-2} - 2v_{mj,m,n-2}') \end{aligned} \right\} \quad (3.2.22)$$

相枠電流ベクトル $I_{pj,n}$ の第 m 要素 (電流変換行列 (T_c) 出力):

$$\left. \begin{aligned} i_{pj,m,n} &= \sum_l k_{cl,ml} i_{mj,l,n} + \sum_l \sum_{k_{l1}} \phi_{l,ml,k_{l1},n} + \sum_l \sum_{k_{l2}} \varphi_{l,ml,k_{l2},n} \\ \phi_{l,ml,k_{l1},n} &= \lambda_{l,ml,k_{l1}} i_{mj,l,n} + \phi_{l,ml,k_{l1},n}' \\ \phi_{l,ml,k_{l1},n}' &= \alpha_{l,ml,k_{l1}} \phi_{l,ml,k_{l1},n-1} + \mu_{l,ml,k_{l1}} i_{mj,l,n-1} \\ \varphi_{l,ml,k_{l2},n} &= \beta_{ol,ml,k_{l2}} i_{mj,l,n} + \varphi_{l,ml,k_{l2},n}' \\ \varphi_{l,ml,k_{l2},n}' &= \alpha_{1l,ml,k_{l2}} \varphi_{l,ml,k_{l2},n-1} + \alpha_{2l,ml,k_{l2}} \varphi_{l,ml,k_{l2},n-2} \\ &\quad + \beta_{1l,ml,k_{l2}} i_{mj,l,n-1} + \beta_{2l,ml,k_{l2}} i_{mj,l,n-2} \end{aligned} \right\} \quad (3.2.23)$$

ベクトルの要素の形式で得られた (3. 2. 20)、(3. 2. 22) および (3. 2. 23) 式をベクトル形式に書き直せば、(3. 2. 24)、(3. 2. 25) および (3. 2. 26) 式が得られる。

$$V_{mj,n} = T_{ce}^l V_{pj,n} + H_{j1,n} \quad (3. 2. 24a)$$

$$\left. \begin{aligned} (T_{ce}^l)_{ml} &= k_{ct,lm} + \sum_{k_{l1}} \lambda_{l,lm,k_{l1}} + \sum_{k_{l2}} \beta_{ot,lm,k_{l2}} \\ (H_{j1,n})_m &= \sum_l \sum_{k_{l1}} \phi'_{l,ml,k_{l1},n} + \sum_l \sum_{k_{l2}} \phi'_{l,ml,k_{l2},n} \end{aligned} \right\} \quad (3. 2. 24b)$$

ここで、 $(T_{ce}^l)_{ml}$ は等価電圧変換行列 T_{ce}^l の m 行 l 列要素を表わす。また、 $(H_{j1,n})_m$ は $H_{j1,n}$ の第 m 要素を表わす。

$$I_{mj,n} = Y_{se} V_{mj,n} + H_{j2,n} \quad (3. 2. 25a)$$

$$\left. \begin{aligned} (Y_{se})_m &= k_{cy,m} + \sum_{k_{y1}} \lambda_{y,m,k_{y1}} + \sum_{k_{y2}} \beta_{oy,m,k_{y2}} \\ (H_{j2,n})_m &= -2k_{cy,m} v'_{mj,m,n} + \sum_{k_{y1}} \phi'_{y,m,k_{y1},n} + \sum_{k_{y2}} \phi'_{y,m,k_{y2},n} \end{aligned} \right\} \quad (3. 2. 25b)$$

Y_{se} は等価サージコンダクタンス行列であり、 $(Y_{se})_m$ を要素とする対角行列。

$$I_{pj,n} = T_{ce} I_{mj,n} + H_{j3,n} \quad (3. 2. 26a)$$

$$\left. \begin{aligned} (T_{ce})_{ml} &= k_{ct,ml} + \sum_{k_{l1}} \lambda_{l,ml,k_{l1}} + \sum_{k_{l2}} \beta_{ot,ml,k_{l2}} \\ (H_{j3,n})_m &= \sum_l \sum_{k_{l1}} \phi'_{l,ml,k_{l1},n} + \sum_l \sum_{k_{l2}} \phi'_{l,ml,k_{l2},n} \end{aligned} \right\} \quad (3. 2. 26b)$$

T_{ce} は等価電流変換行列であり、等価電圧変換行列はこの転置行列と同値。

(3. 2. 24a)、(3. 2. 25a) および (3. 2. 26a) 式を結合すれば (3. 2. 27) 式が得られる。 k 端についても以上と同様の関係式が得られる。

$$I_{pj,n} = G_e V_{pj,n} + I_{pj,n}^s \quad (3. 2. 27a)$$

$$\left. \begin{aligned} G_e &= T_{ce} Y_{se} T_{ce}^l \\ I_{pj,n}^s &= T_{ce} (Y_{se} H_{j1,n} + H_{j2,n}) + H_{j3,n} \end{aligned} \right\} \quad (3. 2. 27b)$$

(3. 2. 27a) 式から、図 3. 2. 14 に示す等価回路が得られる。ここで、 G_e および $I_{pj,n}^s$ はそれぞれ相空間 (物理空間) で表された等価コンダクタンス行列および等価電流源であり、等価電流源の構成要素は、以上の導出過程が示すように、すべて既知である。与えられた境界条件の基に等価回路を相電圧 $V_{pj,n}$ について解けば、これを基に、また、次ステップの等価電流源が構成できる。

等価回路の解法については次節に述べる。

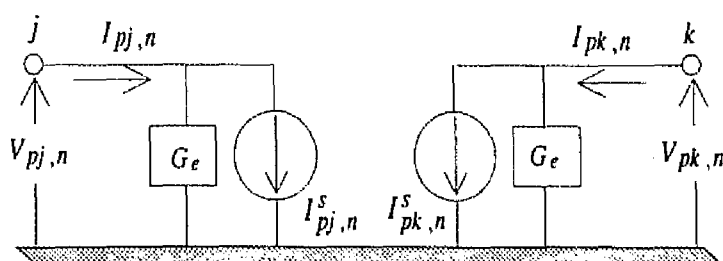


図 3. 2. 14 モード枠 Bergeron モデルの等価回路

3. 2. 4 Bergeron 等価回路を用いた過渡現象の解析方法

一般に線路の過渡現象解析は線路の両端に電力系統を構成する各種の系統要素が接続された状態で行われる。これらの系統要素である発電機、変圧器、インダクターおよびキャパシター等に関する時間領域の数値解法についても、上記線路の等価回路と同様に、電圧源、電流源およびコンダクタンスからなる等価回路で表現できる^(3-4, 9)。ここで、各電圧源あるいは電流源は過去の状態量のみから決定でき、既知である。

前記線路のBergeron等価回路は線路自体を表すから、線路両端への系統要素の接続の効果、すなわち境界条件の設定は単に接続される系統要素の等価回路を線路の等価回路へ接続することで満足される。このとき、相互に接続された個々の等価回路は等価回路網を構成するから、線路を含めたすべての系統要素に関する過渡現象の解析は時間ステップ毎に前記等価回路網を解くことに帰着する。

なお、等価回路網は、図3. 2. 14から明らかなように線路の両端 j, k 間に結合はないから、分割される。

今、等価回路網の構成について、電流源ノード番号を若番に、電圧源ノード番号を老番に選べば、等価回路網は次式で示されるノードコンダクタンス方程式で定式化される。

$$\begin{bmatrix} I_C \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{CC} & G_{CS} \\ G_{SC} & G_{SS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_C \\ V_S \end{bmatrix} \quad (3. 2. 28a)$$

ここに、添字 C は電流源ノードを示し、 I_C および V_C は電流源ノードの電流および電圧を表す。また、添字 S は電圧源ノードを示し、 I_S および V_S は電圧源ノードの電流および電圧を表す。

ここで、電流源ノードの電流 I_C および電圧源ノードの電圧 V_S は既知であり、電流源ノードの電圧 V_C および電圧源ノードの電流 I_S が求めるべき未知量となる。従って、上

記 (3. 2. 28a) は次に示す 2 式に分けられ、以下に示す 2 段ステップで解かれる。

$$I_C - G_{CS}V_S = G_{CC}V_C \quad (3. 2. 28b)$$

$$I_S = G_{SC}V_C + G_{SS}V_S \quad (3. 2. 28c)$$

ステップ 1 : 既知の I_C 、 V_S を用いて (3. 2. 28b) 式の左辺を構成した後、右辺の V_C を求める。

ステップ 2 : I_S を求める必要があれば、既知の V_S およびステップ 1 で得られた V_C を (3. 2. 28c) 式に代入、 I_S を定める。

なお、コンダクタンス行列 G_{cc} は対称、正定値であるから、(3. 2. 28b) 式の解法には前記条件下で三角分解が容易となる Cholesky 分解法 (平方根法) を採用した。前節で示したモード枠の Bergeron 等価回路を用いて作成した過渡現象解析プログラムの処理手順を図 3. 2. 15 に示す。

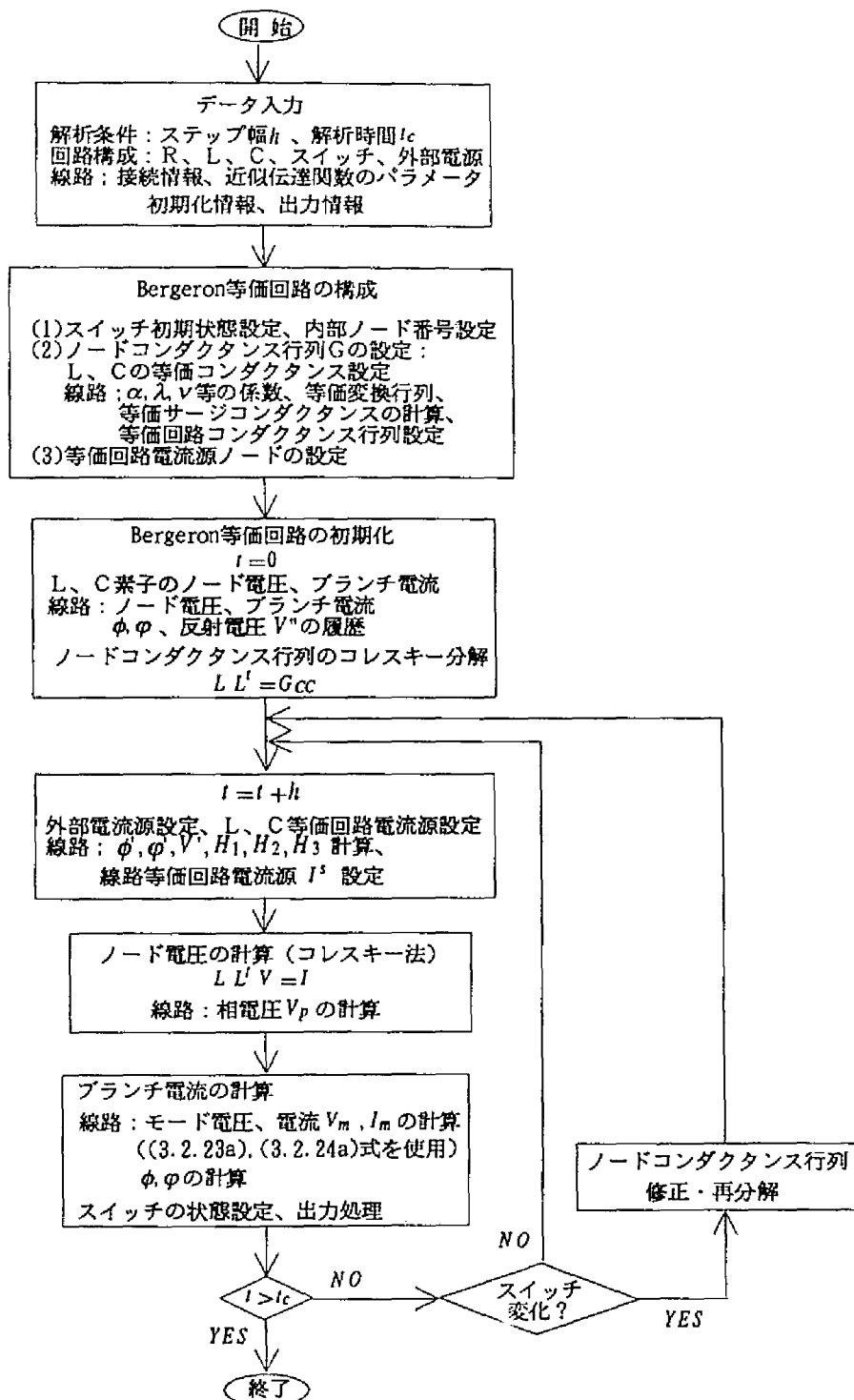


図 3.2.15 モード枠の Bergeron 等価回路を用いた
過渡現象解析の処理手順

3. 3 変換行列系の周波数依存特性とそのインパルス応答の性質

モード枠Bergeron法による数値解析モデルが作成できるためには、これら周波数依存特性が因果律を満足する必要がある。この条件を満足するか否かは周波数依存特性の実部の挙動のみならず虚部の挙動にも同等に依存する。

従来の変換行列系（モードサーリアドミタンスを含む）の取り扱いでは、周波数依存特性が因果律を満足するものとし、従って実部特性のみで近似できている⁽¹⁶⁾。しかし前節で示したように、本研究では因果律を満たす安定な伝達関数を用いてモデル直流線路のモード変換行列系を近似すると、与えられた周波数特性と近似特性について、実部は良く一致するが、虚部は一致しない要素が見出された。この節では、この問題が因果律の充足問題で説明できることを示し、前記の条件は必ずしも成立するものではないことを示す^(28, 30)。

以下、変換行列系の性質を調べ、引き出された性質を検討する。

3. 3. 1 因果律の充足条件と変換行列系の性質

時間関数 $h(t)$ が次式を満足するとき、 $h(t)$ は因果的、かつ安定と言われる⁽⁴⁰⁾。ここで、 t は時間を、 M は有限な数を表す。

$$\left. \begin{aligned} h(t) &= 0 \quad (t < 0) \\ \int_0^{\infty} |h(t)| dt &< M \end{aligned} \right\} \quad (3. 3. 1)$$

今、上記の条件を満足する時間関数 $h(t)$ のフーリエ順変換 $H(\omega)$ の実部および虚部をそれぞれ $H_r(\omega)$ および $H_i(\omega)$ と置く。ここで、 ω は角周波数である。このとき、周知のように $H_r(\omega)$ および $H_i(\omega)$ はそれぞれ ω に関し偶および奇関数となり、 $h(t)$ は次式で与えられる。

$$h(t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} H_r(\omega) \cos(\omega t) d\omega - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} H_i(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (3. 3. 2)$$

ここで、 $h(t)$ は因果的であるから (3. 3. 3a) 式が成り立ち、従って (3. 3. 3b) 式が得られる。

$$h(-t) = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} H_r(\omega) \cos(\omega t) d\omega + \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} H_i(\omega) \sin(\omega t) d\omega = 0 \quad (t > 0) \quad (3. 3. 3a)$$

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} H_r(\omega) \cos(\omega t) d\omega = -\frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} H_i(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (t > 0) \quad (3. 3. 3b)$$

(3. 3. 3b) 式の関係を (3. 3. 2) 式に代入して、次式が得られる。

$$h(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} H_r(\omega) \cos(\omega t) d\omega = -\frac{2}{\pi} \int_0^{+\infty} H_i(\omega) \sin(\omega t) d\omega \quad (3.3.4)$$

(3.3.4)式を順変換すれば、 $H_r(\omega)$ および $H_i(\omega)$ は二重積分あるいはヒルベルト変換を用いて、次式で表される⁽⁴⁰⁾。

$$\left. \begin{aligned} H_r(\omega) &= -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} H_i(u) \sin(ut) \cos(\omega t) du dt \\ &= \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\omega-\delta} \frac{H_i(u)}{\omega-u} du + \int_{\omega+\delta}^{+\infty} \frac{H_i(u)}{\omega-u} du \right] \\ H_i(\omega) &= -\frac{2}{\pi} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} H_r(u) \cos(ut) \sin(\omega t) du dt \\ &= -\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{1}{\pi} \left[\int_{-\infty}^{\omega-\delta} \frac{H_r(u)}{\omega-u} du + \int_{\omega+\delta}^{+\infty} \frac{H_r(u)}{\omega-u} du \right] \end{aligned} \right\} \quad (3.3.5)$$

即ち、因果的かつ安定な時間関数のフーリエ順変換の実部および虚部は独立に定まるものではなく、一方を定めれば他方は自動的に定まる。このことより、与えられた周波数特性の実部と虚部の関係が(3.3.5)式で表されるとき、この周波数特性は因果律を充足すると言う。

本研究の周波数依存特性の近似方法に用いる一次および二次の伝達関数((3.2.2)式、p.44)のインパルス応答は、周知のように因果的であり、かつ $T_d, \zeta_q > 0$ のとき安定であるから、 $T_d, \zeta_q > 0$ の条件のもとに、これらの周波数特性は因果律を充足する。

以上の議論から、与えられた周波数特性が因果律を充足しているか否かを定量的に判定するには、以下の方法のいずれかが利用できる。

判定方法Ⅰ：(3.3.2)式を用いて、 $h(-t)$ を計算し、 $h(-t)=0$ であるか否かを判定する。 $h(-t)=0$ であれば因果律を充足し、そうでなければ充足しない。

判定方法Ⅱ：周波数特性の実部または虚部の一方を与え、(3.3.5)式を用いて他方を計算し、これが一致するか否かを判定。一致すれば因果律を充足し、一致しなければ充足しない。

判定方法Ⅲ：安定な伝達関数を用いて、周波数特性の実部または虚部の一方が一致するように近似し、得られた伝達関数から他方の周波数特性を計算して、これが一致するか否かを判定する。一致すれば因果律を充足し、一致しなければ充足しない。

上記の判定方法はいずれも数値計算を伴う。一方、周波数の変化に対し、周波数特性の実部に変化がなければ虚部は発生しない(デルタ関数 $\delta(t)$ の周波数特性の実部および虚部はそれぞれ、定数および零)から、虚部の周波数特性は周波数に対する実部

の変化と密接な関係があるはずである。このことより、周波数特性の実部および虚部の変動の様相から因果律の充足を判定できれば、数値計算が不要のため便利である。

本研究で用いた一次の伝達関数（(3.2.2) 式、p. 44）の周波数特性実部 $H_{fr}(\omega)$ および虚部 $H_{fi}(\omega)$ は次式で与えられる。このとき、周波数に関する実部微分 $dH_{fr}(\omega)/d\omega$ は（3.3.7）式で与えられる。この式から、一次の伝達関数が因果律を充足するとき（ $t_{di} > 0$ ）、虚部が存在すれば実部微分値が存在しなければならず、実部微分値は虚部の存在する周波数帯域に局在し、その符号は虚部の符号に一致すると言える。

$$H_{fr}(\omega) = \frac{k_{di}}{1 + \omega^2 t_{di}^2}, \quad H_{fi}(\omega) = -\frac{k_{di} t_{di} \omega}{1 + \omega^2 t_{di}^2} \quad (3.3.6)$$

$$\frac{dH_{fr}(\omega)}{d\omega} = \frac{-2k_{di} t_{di}^2 \omega}{(1 + \omega^2 t_{di}^2)^2} = -\frac{2t_{di}}{1 + \omega^2 t_{di}^2} H_{fi}(\omega) \quad (3.3.7)$$

次に、二次の伝達関数の周波数特性実部微分 $dH_{sr}(\omega)/d\omega$ と虚部 $H_{si}(\omega)$ の関係を次式に示す。この式より、二次の伝達関数が因果律を充足するとき（ $\zeta_q > 0$ ）、実部微分値と虚部の関係について、一次の伝達関数と同様のことが言える。

$$\frac{dH_{sr}(\omega)}{d\omega} = \frac{2\zeta_{qj} \omega_{qj} (\omega_{qj}^2 + \omega^2)}{\{(\omega_{qj}^2 - \omega^2)^2 + \zeta_{qj}^2 \omega_{qj}^2 \omega^2\}^2} H_{si}(\omega) \quad (3.3.8)$$

以上の議論から、与えられた周波数依存特性が因果律を充足する一次および二次の伝達関数で近似できるためには、周波数増に対する周波数依存特性実部の増加域では虚部は正、減少域で虚部は負とならなければならない。このことより、与えられた周波数依存特性を一次および二次の伝達関数で近似する場合の定性的な因果律の充足条件として、次の方法が利用できる。

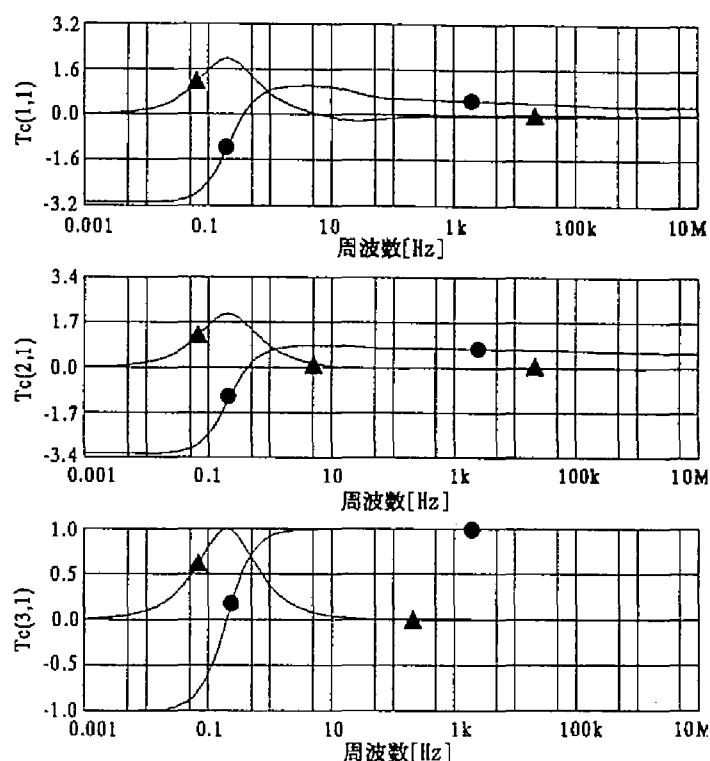
判定方法Ⅳ：与えられた周波数依存特性に虚部が存在するならば、対応する実部の変化が存在し、周波数増に対する実部増加域で虚部は正、実部減少域で虚部は負。

この判定方法は一般の周波数特性に関し、必ずしも厳密な判定法とはなっていない。しかし、一次および二次の伝達関数により、実部特性が良く近似できる本研究で扱う周波数特性については判定方法Ⅲとも関連し、厳密であり、実用的な方法となる。

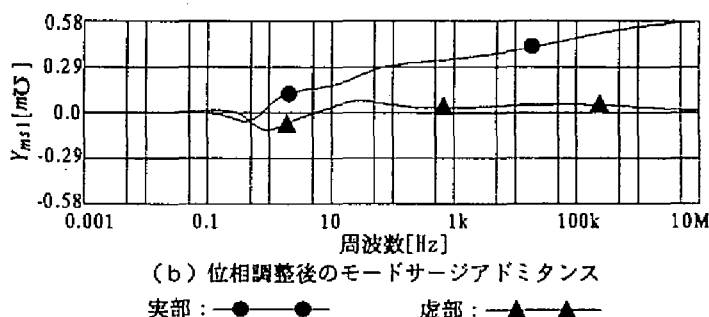
図 3.2.3 (a) (p. 46) に示した変換行列 (2, 1) 要素の 0.1Hz から 5Hz 付近の特性は、判定方法Ⅲに関し、与えられた周波数特性の実部と近似結果の実部は良く一致するが、虚部のそれらは大きく異なる。従って、前記の変換行列要素は因果律を充足しないと見える。また、実部減少域で虚部は正となり、判定方法Ⅳに反する。

次に、第2章2.3.2節 (p. 18) の議論から、固有ベクトルは任意の位相調整が可能であり、モードサージアドミタンスの周波数依存特性はこれに対応して変わる。このことより変換行列で見出された因果律に対する矛盾が、位相調整によりモードサージアドミタンスを含めた変換行列系で解消できるか否かを検討した。

前記モデル直流線路の変換行列第1列を K_d, T_d の選定により被乗算周波数特性の実部および虚部の符号を部分的に変える関数 $K_d\{1-2/(1+j\omega T_d)\}$ を用いて位相調整を行ったときの周波数依存特性を図 3.3.1 (a) に示す。



(a) 位相調整後の変換行列



(b) 位相調整後のモードサージアドミタンス
実部：●—●— 虚部：▲—▲—

図 3.3.1 位相調整後の変換行列系の周波数依存特性

位相調整後の変換行列第1列の周波数に対する実部増加域で虚部の符号は正であり、判定方法IVによる因果律を充足する。一方、図3.3.1(b)に示すように対応するモードサージアドミタンスの0.1Hzから5Hz付近の特性は判定方法IVに関する因果律の充足条件を満足しない。このことは、変換行列系の一方(変換行列)の因果律に対する矛盾の解消が他方(モードサージアドミタンス)の解消に結びつかないことを示している⁽²⁸⁾。この問題がモデル直流線路に限定された問題であるか否かを、図3.3.2に示す各線路で検証する。

図(a)、(b)および(c)はそれぞれ、新山口幹線を参考にした500kV級二回線架空交流線路、米国のJohnday-Lower Monumental間500kV級一回線線路^(3,19)および250kV級北海道-本州直流連系線⁽⁴¹⁾の片極運用時の導体構成を示す。

ここで、変換行列とモードサージアドミタンスの周波数依存特性を個別に調べるのは繁雑であるから、2.3.2節(p.18)で提案した新しい正規化手法による変換行列系を用いる。このとき、モードサージアドミタンスは因果律を満足する(実定数)から、変換行列の周波数依存特性のみを調べれば良い。

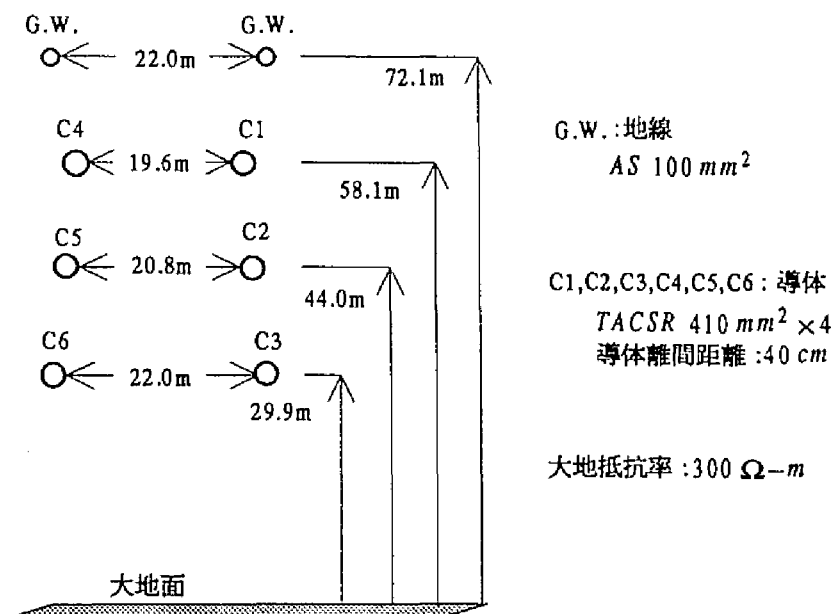
新山口幹線の変換行列系の一部を図3.3.3(p.68)に示す。[1,4]要素は100Hz付近の実部の変化に虚部が伴わないこと、また、[3,5]要素では10Hzから100kHz付近での実部の変化に虚部の極性が対応しないため、これら要素は前記の判定方法IVにより、因果率の充足条件を満足しないと言える。付録1の付図1.1aに示す[1,2]要素の10Hzから50Hz付近、付図1.1bに示す[2,6]要素の10Hzから100kHz等についても同様のことが言える。

これを時間領域で示すためには前記の判定方法I(p.63)を用いれば良い。今、変換行列の要素 $T_{cij}(\omega)$ の周波数特性が(3.3.9a)式で近似できるものとする、

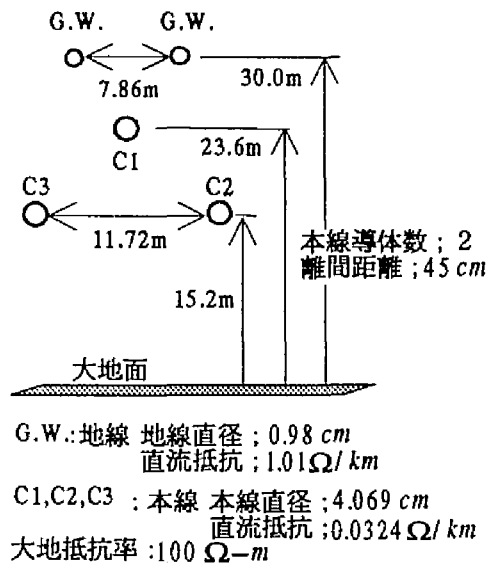
$$T_{cij}(\omega) = \sum \{K_m / (1 + j\omega T_{dm})\} + C \quad (3.3.9a)$$

$$T_{cij}(\omega) = G(\omega) + C_o \quad (3.3.9b)$$

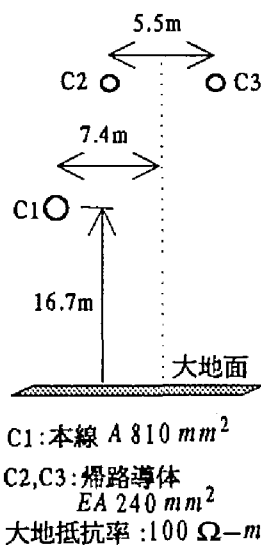
そのインパルス応答は同程度の直流利得 K_m を持つ項のうち、時定数 T_{dm} の大きい項は小さい項に埋もれる。従って、目的とする周波数領域でのインパルス応答の性質を調べるためには、(3.3.9b)式の $G(\omega)$ が上限周波数 ω_o 付近で十分減衰するよう定数 C_o を選んだ後、更に窓関数 $\sigma(\omega)$ を掛けて上限周波数 ω_o 以上を十分減衰させ、フーリエ逆変換を行う。この場合、下限周波数は解析時間に依存する。以下の解析では下限周波数は0.001Hzとした。



(a) 500kV級交流二回線線路 (新山口幹線)



(b) 500kV級交流一回線線路



(c) 250kV級北海道-本州連系直流架空線

図 3.3.2 モデル不平衡線路

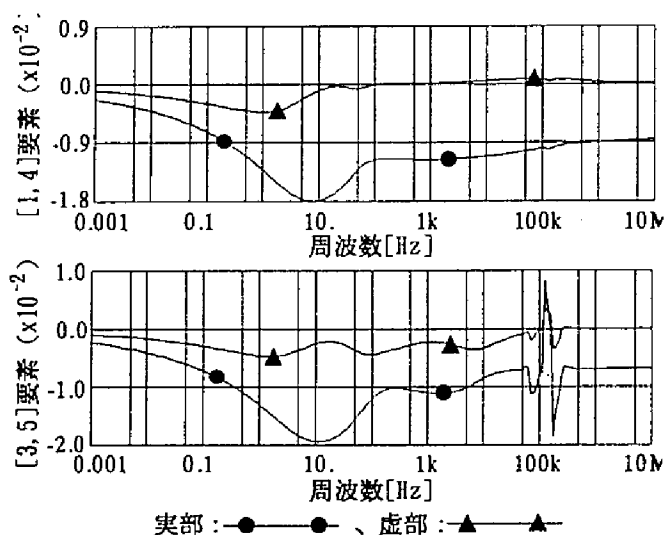


図 3.3.3 500kV 級交流二回線線路の変換行列系の周波数依存特性

図 3.3.4 に変換行列の $[1, 4]$ 要素のインパルス応答を示す。フーリエ解析で評価した周波数は 1kHz 以下である。図中で上段は正の、下段は負の時間に対する応答を示しており、正および負の時間に対する応答は同程度となっている。従って、判定方法 I もまた、前記変換行列系の要素の一部が明らかに因果律の充足条件を満足しないことを示している。

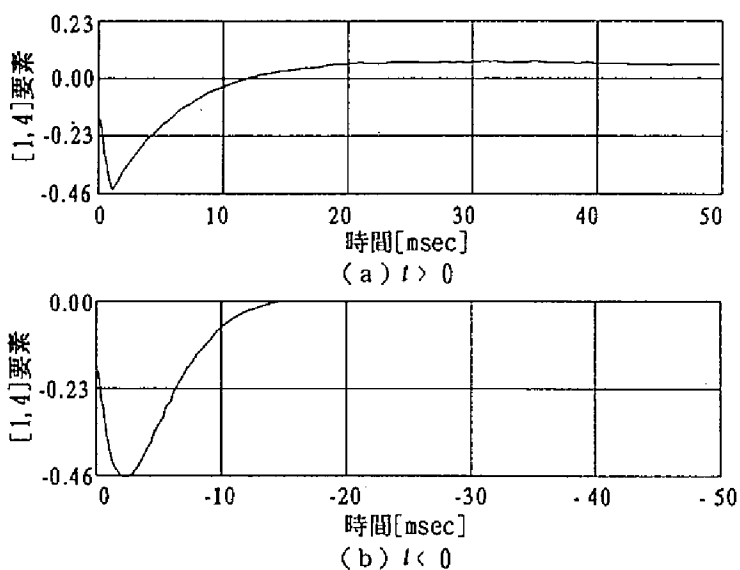


図 3.3.4 500kV 級交流二回線線路の変換行列系のインパルス応答

次に、付図 1.2 に示す 500kV 級交流一回線線路の変換行列系は全周波数域で判定方法Ⅳに関する因果律の充足条件を満足する。一方、付図 1.3 に示す北海道一本州直流連系架空線の変換行列は、第 1 および 2 列要素で 5 Hz 付近、第 2 および第 3 列要素で 4 kHz 付近で明らかに判定方法Ⅳに関する因果律の充足条件を満足しない。以上の検討から、架空線路の変換行列系は線路構成および周波数帯域により、必ずしも因果律を満足するものではないと言える。

3.3.2 変換行列系の性質に関する検討

前節の結果は、(1) モードクロスが発生に起因するのではないか、また、(2) 相空間（物理系）のサージアドミタンスが因果律を満足すべきである以上、変換行列系も因果律を満足すべきではないか、との問題点が生ずる。

(1) について、モデル直流線路については既に第 2 章 (2.5.1 節 (2)) でモードクロスは発生しないことを実証している。また付録 2 に示すように前節で取り扱った線路にモードクロスは発生は無い。次に (2) について、議論を容易にするため、前節で述べた交流 2 回線線路の導体配置から架空地線および上相の 2 導体を除去した 4 導体線路を取り上げて検討する。この構成の線路では第 1 回線と第 2 回線は対称であるから、実定数変換行列により互いに相互結合の無い第 1 回路および第 2 回路に分離でき、個々の回路で取り扱うモード数は 2 個となる。

2.3.4 節 (p.22) の議論から、相枠のサージアドミタンス Y_{ps} と回路枠の第 1 回路サージアドミタンス Y_{c1s} および第 2 回路サージアドミタンス Y_{c2s} の関係は (3.3.10) 式で与えられ、この式より、更に (3.3.11) 式が得られる。

$$Y_{ps}(\omega) = \begin{bmatrix} Y_{ps11}(\omega) & Y_{ps12}(\omega) \\ Y_{ps12}(\omega) & Y_{ps11}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.3.10a)$$

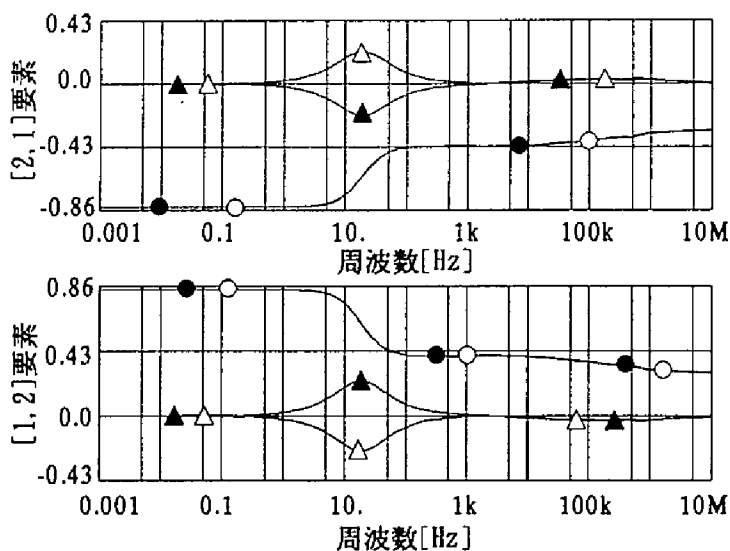
$$\left. \begin{aligned} Y_{ps11}(\omega) &= \frac{1}{2} \{ Y_{c1s}(\omega) + Y_{c2s}(\omega) \} \\ Y_{ps12}(\omega) &= \frac{1}{2} \{ Y_{c1s}(\omega) - Y_{c2s}(\omega) \} \end{aligned} \right\} \quad (3.3.10b)$$

$$\left. \begin{aligned} Y_{c1s}(\omega) &= Y_{ps11}(\omega) + Y_{ps12}(\omega) \\ Y_{c2s}(\omega) &= Y_{ps11}(\omega) - Y_{ps12}(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.11)$$

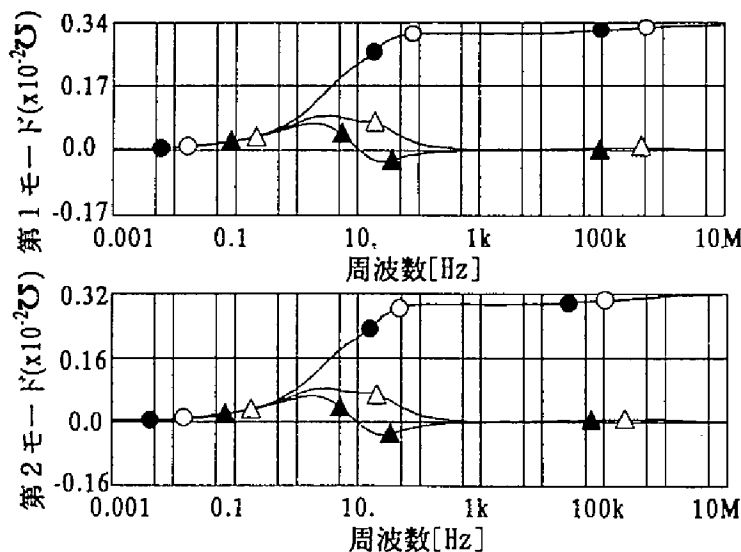
(3.3.10) 式より、第 1 および第 2 回路の回路枠サージアドミタンス、 Y_{c1s} および Y_{c2s} がそれぞれ因果律を満足すれば、相枠のサージアドミタンス Y_{ps} は因果律を満足す

と言える。また、(3.3.11) 式より、逆も言える。

次に、2.3.32 式 (p.21) から、第1および第2回路サージアドミタンスと第1回路変換行列 T_{c1} 、第1回路モードサージアドミタンス Y_{m1s} および第2回路変換行列 T_{c2} 、



(a) モード変換行列 (電流)



(b) モードサージアドミタンス

元の周波数特性実部：●—●、元の周波数特性虚部：▲—▲
 近似周波数特性実部：○—○、近似周波数特性虚部：△—△

図 3.3.5 第2回路変換行列系の周波数依存特性

第2回路モードサージアドミタンス Y_{m2s} の関係は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} Y_{c1s}(\omega) &= T_{c1}(\omega)Y_{m1s}(\omega)T_{c1}^t(\omega) \\ Y_{c2s}(\omega) &= T_{c2}(\omega)Y_{m2s}(\omega)T_{c2}^t(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (3.3.12)$$

図 3.3.5は固有ベクトルの要素の一つを単位実定数と置いた場合の前記4導体線路について、第2回路系の変換行列およびサージアドミタンスの周波数依存特性と安定な伝達関数を用いて前記周波数依存特性を近似したときの結果を示している。元の周波数依存特性と安定な伝達関数による近似結果について、いずれも実部特性は良く一致する。しかし、虚部については、変換行列要素 $[2, 1]$ および $[1, 2]$ 、並びに第1および第2モードサージアドミタンスの1から500Hz付近で大きく異なる。従って、前節の判定方法Ⅲ (p. 63) により、第2回路系の変換行列およびサージアドミタンスは因果律を充足しない。

一方、変換行列の第1列と第2列は明らかに互いに独立、分離されており、これらモード量から第2回路線路アドミタンスとインピーダンスの積を逆構成した場合の誤差は 10^{-12} 程度以下である。従って、疑問 (1) のモードクロスは発生していないと言える。

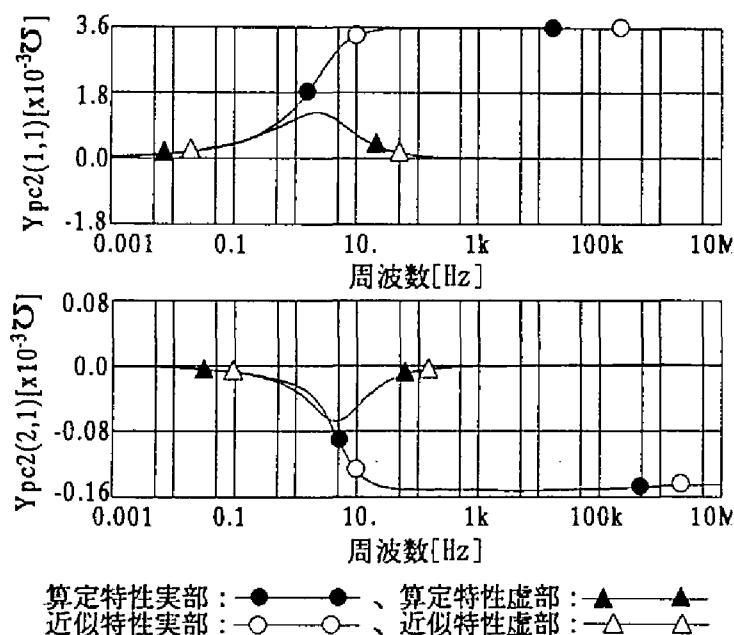


図 3.3.6 第2回路の回路サージアドミタンス
の周波数依存特性

次に、図 3.3.5 に示した変換行列およびモードサージアドミタンスを用いて、(3.3.12) 式により構成した第 2 回路のサージアドミタンスを図 3.3.6 に示す（図中の算定特性）。また、同図に安定な伝達関数による近似結果を示した。図に示されるように算定特性と近似特性は実部、虚部共に良く一致するから、前節の判定方法Ⅲにより、因果律を満足していると言える。

付録 3、付図 3.1 および 3.2 に示すように、第 1 回路系の変換行列および回路枠のサージアドミタンスについても、第 2 回路系のそれらと同様のことが言える。

以上から、前記の 4 導体線路の変換行列系に因果律を充足しない周波数領域が発生する原因はモードクロスによるものではないこと、相空間（物理空間）の周波数依存特性が因果律を充足するにもかかわらずモード空間における変換行列系の周波数依存特性は因果律を充足しないことが示された⁽³⁰⁾。これは、モード枠モデルが不平衡線路の適切な表現方法には成り得ない場合のあることを示している。

3.3.3 線路定数の変更による変換行列系の周波数依存特性の変化

3.3.1 節 (p. 62) の解析から図 2.5.1 (p. 31) で示す線路構造を持つ直流線路では比較的低周波域 (5Hz 以下) で因果律違反が発生することが判った。従って因果律違反が広範な周波数帯 (10Hz - 100kHz) で発生する交流二回線線路 (図 3.3.2、(a)、p67) に比べて長時間の過渡現象解析に耐えられるモード枠モデルが作成できる。しかし、故障発生から再起動に至る解析を実施するためには、0.5 ないし 1 秒程度までの高精度の解析モデルが必要となる。これをモード枠モデルで達成するためには、少なくとも 0.1 ないし 1Hz 程度までの前記障害を取り除くことが望ましい。

一方、低周波域 (数十 Hz 以下) における変換行列系の因果律違反は、線路インピーダンス $R + j\omega L$ の状態が $\omega L > R$ の状態から $\omega L < R$ へ移行する過程で発生していると考え、元の線路抵抗から直流抵抗値を差し引いて変換行列系を構成したところ、低周波域の因果律違反が解消できることが見出された。除去した抵抗の影響が等価回路により補償できれば、この方法によりモード枠モデルの適用範囲を広げることが可能となる。このことから、線路構造の異なる幾つかの線路について、上記方法により変換行列系を構成して、その周波数依存特性の変化を検討した。

図 3.3.7 は前節で取り上げた交流二回線線路について線路抵抗値から 0.001Hz での抵抗値（表皮効果および大地の影響を考慮して計算した線路抵抗は極低周波域

(0.1-0.001Hz)では直流抵抗に十分漸近し、相互抵抗は自己成分に比べて無視できる程度となる)を差し引いた抵抗値を用いた場合の変換行列系の周波数依存特性の一部を示している。線路抵抗の変更前後の周波数依存特性(図3.3.3(p.68)と図3.3.7)

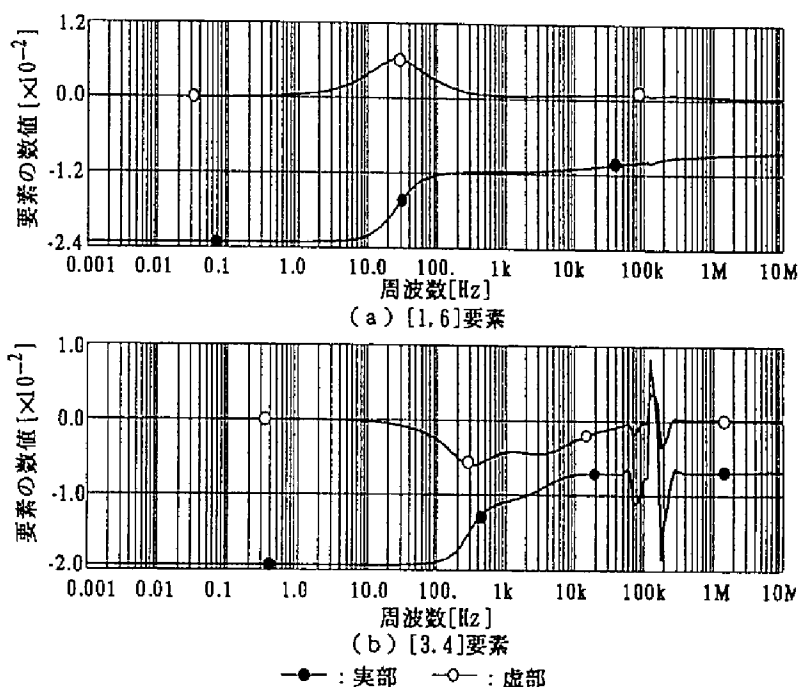
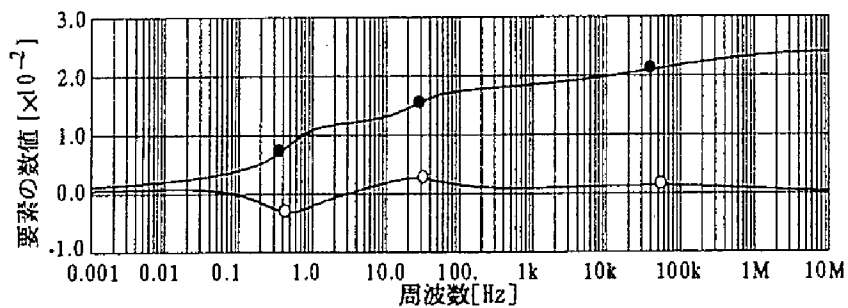


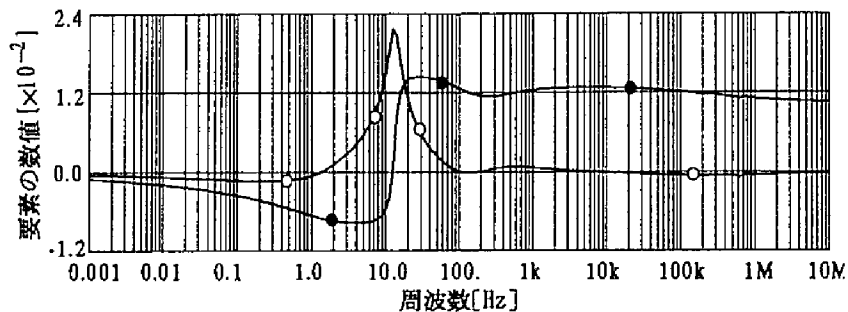
図 3.3.7 線路定数変更後の変換行列の周波数依存特性 (A)

を比較すると、低周波域(100Hz付近以下)においては、両者の特性の様相は大きく異なる。しかし高周波域においては、線路抵抗の変化の影響は小さく、両者の特性は類似している。一方、低周波域の特性の変化に伴い、モード順番は変る(図3.3.3の第4モード([1,4]要素)と図3.3.7の第6モード([1,6]要素))。従って、線路抵抗変更前後の周波数依存特性の変化を論ずるには、高周波域の周波数依存特性が類似なモードを同一分類のモードと見なすのが適切である。この観点から、以下では、図3.3.7の[1,6]および[3,4]要素はそれぞれ、図3.3.3の[1,4]および[3,5]要素のモード分類に属すると見なして、周波数依存特性の変化を検討する。

図3.3.3の[1,4]要素の10Hzから100Hz付近で観測された因果律の充足条件を満足しない領域は、図3.3.7の[1,6]要素では解消している。一方、図3.3.3の[3,5]要素で観測される100Hzから10kHz付近における因果律の充足条件を満足しない領域は、図3.3.7の[3,4]要素でも解消していない。



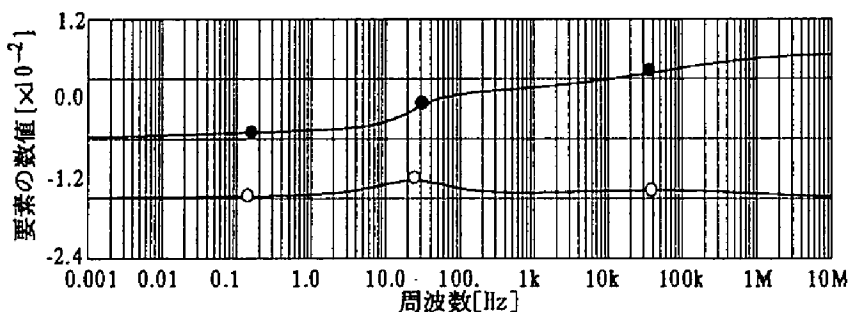
(a) [1,6]要素



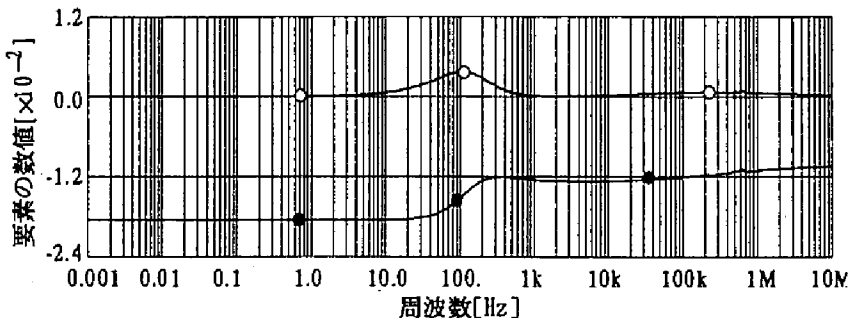
(b) [3,4]要素

—●— : 実部 —○— : 虚部

図 3.3.8A 線路定数変更前の変換行列の周波数依存特性



(a) [1,6]要素



(b) [3,4]要素

—●— : 実部 —○— : 虚部

図 3.3.8B 線路定数変更後の変換行列の周波数依存特性

次に、直流二回線線路について、直流抵抗の除去前後の変換行列系の一部をそれぞれ、図 3.3.8A および 3.3.8B に示す。図 3.3.8A の [1, 6] 要素で観測される 0.1Hz から 5Hz 付近での因果律の充足条件を満足しない領域は図 3.3.8B の同要素では解消している。また図 3.3.8A の [3, 4] 要素における 1Hz から 100Hz 付近の強い周波数依存特性は、対応する図 3.3.8B の [3, 4] 要素では緩和している。

同様の効果は北海道一本州連系直流架空線および中性線方式 500kV 級および 800kV 級の直流二回線線路モデル、大地帰路方式直流二回線線路モデル⁽³⁸⁾でも観察される。

以上の検討から、提案した方法は因果律違反の発生が比較的低周波域に留まる線路構造を有する二回線直流線路に有効と言える。なお、除去した抵抗の影響を等価回路により補償する方法については、3.4.4 節 (p. 79) で取り扱う。

3. 4 モード枠 Bergeron モデルの精度の検討

本節では中性線帰路方式双極直流二回線線路を取り上げ、3.2.1 節 (p. 43) で述べた強い周波数依存性を持つ変換行列およびモードサージアドミタンスの近似方法の相違が時間領域での数値解に及ぼす影響をフーリエ解析に基づく厳密解との比較で検討し、一次項だけでなく二次項をも用いる提案手法が優れていることを明らかにする。また 3.3.1 節 (p. 62) で明らかとなった因果律の充足問題に起因して発生する本質的な近似誤差の時間解に及ぼす影響を検討する。次に、前記による精度低下を、3.3.3 節で述べた線路抵抗から直流抵抗を除去し低周波数域で因果律を充足させた分布線路モデルと、除去した直流抵抗に相当する集中抵抗からなる等価回路を用いて、軽減する方策を検討する。

3.4.1 交流解の構成

1 端に内部インピーダンス $z_g(\omega)$ を持ち、任意の時間波形を有する電源 $e(t)$ を印加した場合の、各解放端の電圧および接地インピーダンス $z_g(\omega)$ で接地、短絡したときの各端子の電流について交流解を構成する。ここで、送、受電端の電圧および電流をそれぞれ、 V_s, I_s, V_r, I_r と置けば次式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} I_s(\omega) \\ I_r(\omega) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{ss}(\omega) & Y_{sr}(\omega) \\ Y_{rs}(\omega) & Y_{rr}(\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s(\omega) \\ V_r(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.4.1)$$

ここで、 $Y_{ss}(\omega) = Y_{rr}(\omega) = T_c(\omega)Y_{ms}(\omega)\coth(\Gamma_m(\omega)l)T_c^t(\omega)$

$Y_{sr}(\omega) = Y_{rs}(\omega) = -T_c(\omega)Y_{ms}(\omega)\operatorname{sech}(\Gamma_m(\omega)l)T_c^t(\omega)$, l : 線路長

図 3.4.1 a および b に示す解放および短絡回路について、第 1 ノードに電源を印加

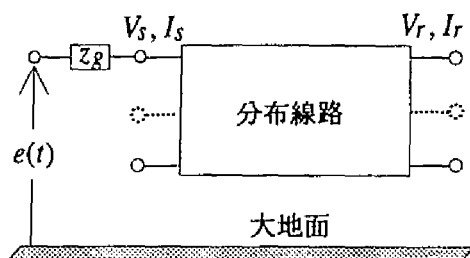


図 3.4.1a 解放回路

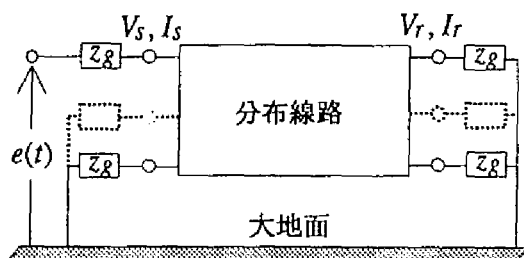


図 3.4.1b 短絡回路

するものとする。このとき、電圧源を電流源に置換し、各ノードに接続されたインピーダンスを (3.4.1) 式のアドミタンス行列に組み込めば、(3.4.1) 式は (3.4.2) 式に書き換えられる。ここで、 $e(\omega)$ は電源 $e(t)$ のフーリエ順変換を表わす。

$$\begin{bmatrix} e(\omega)/z_g(\omega) \\ I_{N-1}(\omega) \end{bmatrix} = Y_e(\omega) \begin{bmatrix} v_e(\omega) \\ V_{N-1}(\omega) \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

ここで、 $v_e(\omega)$ および $V_{N-1}(\omega)$, $I_{N-1}(\omega)$ はそれぞれ電源印加端の線路側電圧および電源印加端以外の端子電圧および電流を表わす。解放回路の各端子電圧の交流解は (3.4.2) 式を電圧について解き、端子条件 $I_{N-1}(\omega) = 0$ を代入して、(3.4.3) 式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} v_e(\omega) \\ V_{N-1}(\omega) \end{bmatrix} = \frac{e(\omega)}{z_g(\omega)} [Z_{eo}(\omega)]_1 \quad (3.4.3)$$

ここに、 $Z_{eo}(\omega)$ は (3.4.2) 式の $Y_e(\omega)$ の逆行列を表わし、 $[Z_{eo}(\omega)]_1$ は第 1 列を表わす。同様にして、短絡回路の接地端子の各電圧は (3.4.3) 式と同一の形式で与えられるから、短絡回路のアドミタンス行列の逆行列を $Z_{es}(\omega)$ と置けば、接地インピーダンスを通して大地へ流れる電流の交流解 $I_{g,N-1}(\omega)$ は (3.4.4) 式で与えられる。ここで、 $Z'_{es}(\omega)$ は $Z_{es}(\omega)$ の第 1 行を除去した行列を表わす。

$$I_{g,N-1}(\omega) = \frac{e(\omega)}{z_g^2(\omega)} [Z'_{es}(\omega)]_1 \quad (3.4.4)$$

3.4.2 二次項導入の時間解における効果

図 3.4.2 に示すモデル回路で送電端第 1 相を励振した場合の各端子の電圧応答を解析する。励振端以外はすべて開放端である。

3.2.1 節の周波数領域における近似精度の検討から二次項導入の効果は 10 および 100Hz 付近である。従ってその効果を明確に評価するため、励振源として (3.4.5a) 式で示す時間関数を用いる。この時間関数の周波数特性は周波数 f_0 でピークを持ち急速

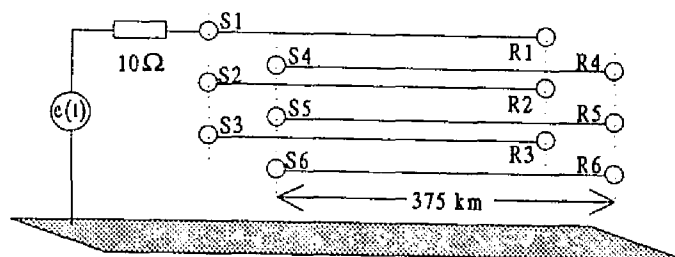


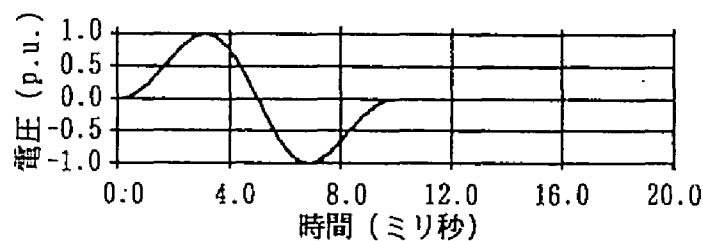
図 3.4.2 モデル回路

$$e(t) = \sin(2\pi f_o t) F(t) \quad (3.4.5a)$$

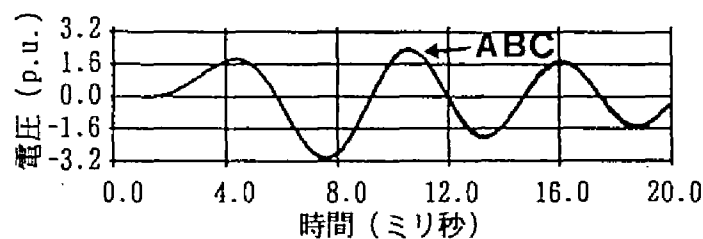
$$\left. \begin{aligned} F(t) &= \sin\{2\pi f_o(t - t_o)\} / 2\pi f_o(t - t_o), \quad (0 \leq t \leq 2t_o) \\ F(t) &= 0 \quad (t > 2t_o) \end{aligned} \right\} \quad (3.4.5b)$$

ここで、 $t_o = 1/2f_o$

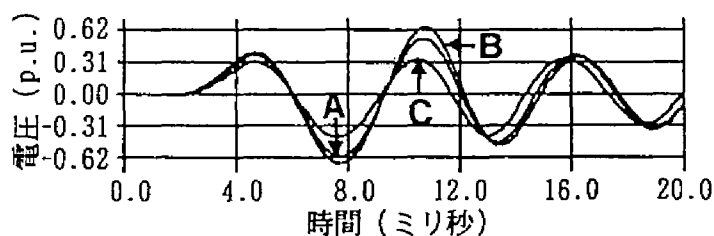
に減衰する関数であり、共振形の過渡応答試験用励振源として適している。



a. 入力電圧波形



b. R1 端子電圧波形



c. R5 端子電圧波形

図 3.4.3 端子電圧波形に対する二次項導入の効果

フーリエ逆変換による時間解は(3.4.5a)式の時間関数から周波数領域の数値解を求めた後、(3.4.3)式を用いて各端子電圧の周波数解を求め、これを逆変換して構成した。

図3.4.3に(3.4.5a)式の時間関数を励振源($f_0=100\text{Hz}$)としたときの各端子の応答を示す。(a)図は励振電圧波形、(b)図は励振相受電端電圧波形、(c)図は第5相受電端電圧波形である。(b)、(c)図でマークAはフーリエ変換法による時間解を示し、BおよびCはそれぞれ二次項を導入した近似手法および一次項のみを用いた近似手法に基づく時間解を示している。(b)図の解軌跡BおよびCはいずれも解軌跡Aによく近接しており、大きな差はない。一方、(c)図では軌跡Cと比較して、明らかに軌跡Bのほうが軌跡Aと近接している。これは、二次項の導入により、相互誘導の精度が大きく改善されることを示している。

3.4.3 因果律の充足問題に起因する近似誤差の影響

この節で取り上げた直流線路では、因果律の充足問題に起因する近似誤差は第1図

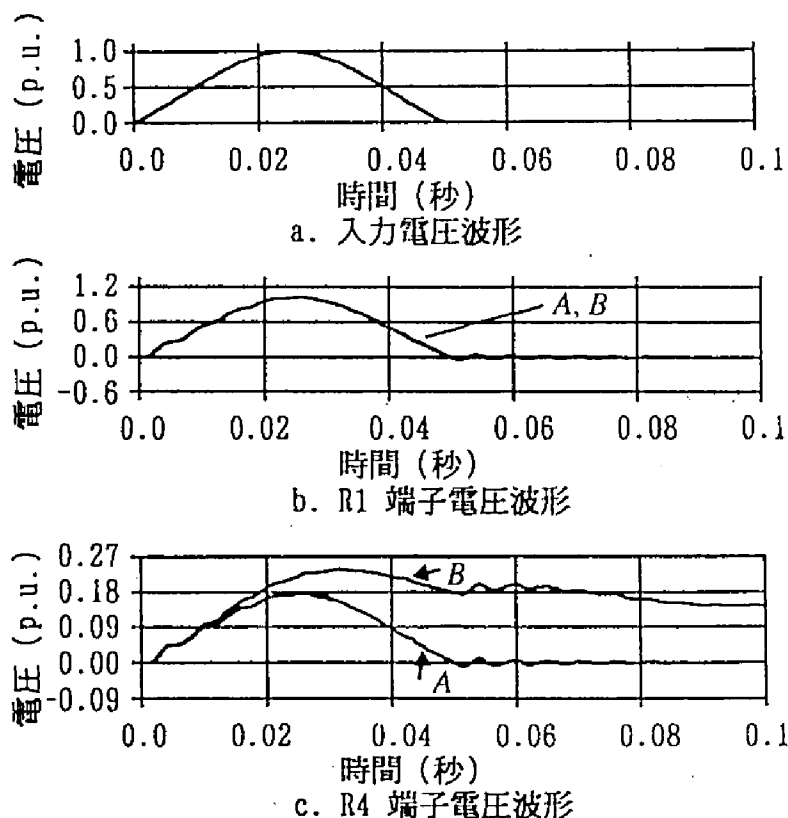


図 3.4.4 因果律の充足問題に起因する近似誤差の影響

有ベクトル系の5Hz付近以下で大きい。このことより、前記の影響を調べるため、20Hz付近以下で平坦な周波数特性を持つ(3.4.5b)式(p.77)で示す励振源 $F(t)$, $f_0=20\text{Hz}$ に対する各端子電圧の応答を求めた。図3.4.4で(a)、(b) および (c) はそれぞれ、励振電圧、励振相受電端電圧および第4相受電端電圧の波形を示している。(b)、(c) 図のマークAはフーリエ変換法による時間解、Bは二次項を付加した近似による解である。(c) 図の解軌跡は大きく異なっている。

3.4.4 等価回路によるモード枠モデルの構成とその精度

従来、分布線路の表現方法の1つとして、無損失分布線路および集中抵抗からなる等価回路表現がある⁽⁹⁾。この方法では線路抵抗の周波数依存特性を組み込むことは困難である。しかし、この等価回路の無損失分布線路を、線路抵抗から直流抵抗を除去し低周波数域で因果律を充足させた分布線路モデル(以後、修正分布線路と呼ぶ)に置き換えれば、周波数依存性は組み込まれる。また、10Hzから100Hz以下の低周波数域で発生する因果律の充足問題も回避できる。

上記の理由から図3.4.5に示す等価回路を取り上げ検討した。同図(b)の等価回路Iは修正分布線路の両端に、除去した抵抗成分の1/2に相当する抵抗を接続した回路であり、同図(c)の等価回路IIは線路長(375km)を二分し、両端に1/4、中間に1/2の抵抗を接続した回路である。また、同図(a)は修正分布線路を示しており、精度の比較のため取り上げた。

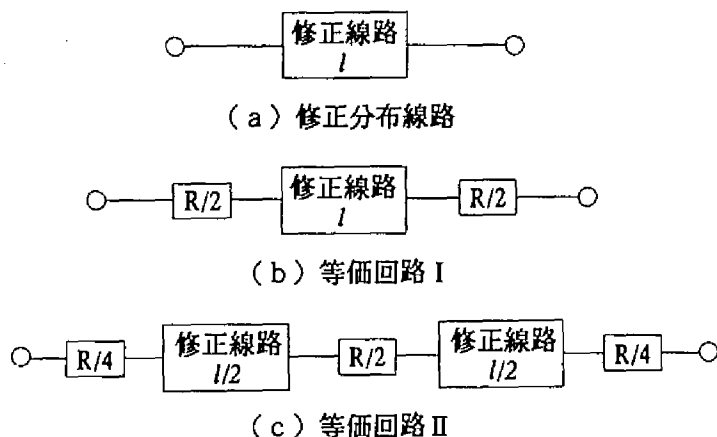


図 3.4.5 検討した等価回路

図 3.4.6に電圧応答の検討を主とした回路を示す。電源端子を除きすべて開放端で

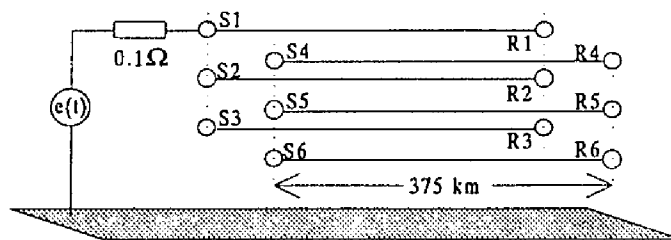


図 3.4.6 モデル回路 (A)

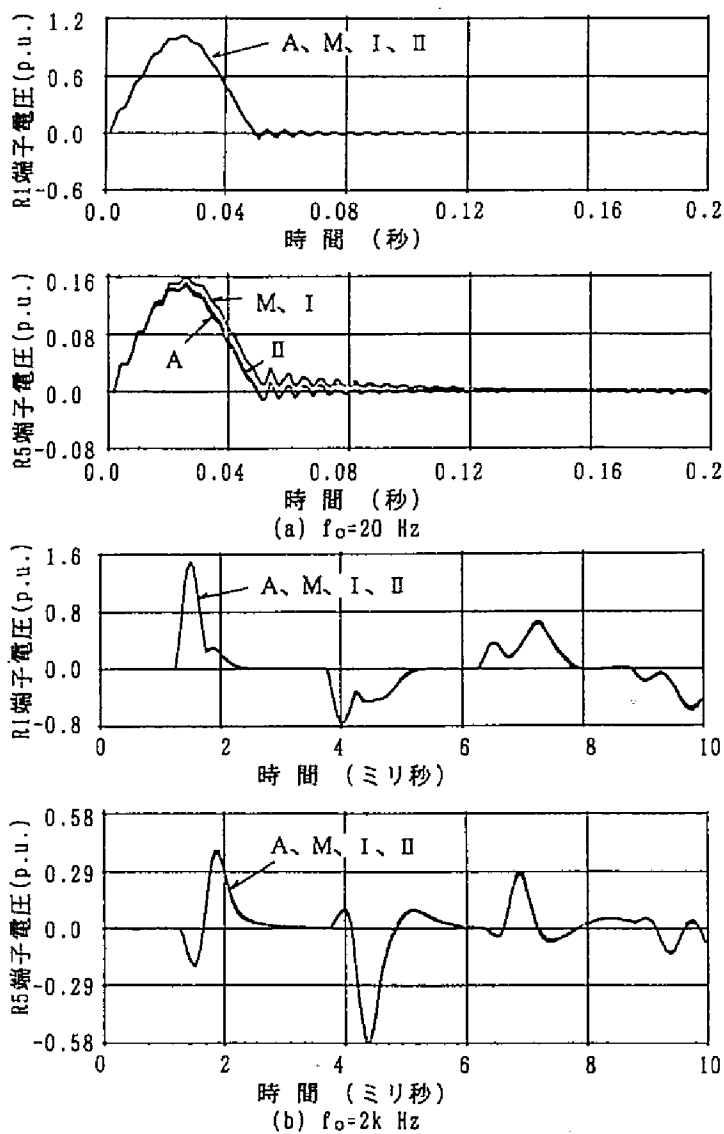


図 3.4.7 等価回路モデルとフーリエ逆変換による
数値解との比較 (電圧波形)

ある。開放端では両端に接続される抵抗成分の効果は無いから、等価回路の集中抵抗による補償の効果が最も小さい試験となる。

図 3.4.7 (a) および (b) は図 3.4.6 の回路で、送電端第 1 相を前節の (3.4.5b) 式に示した $F(t)$ で励振した時の、受電端第 1 (R1) および第 5 相 (R5) の電圧波形を励振電圧のピーク値に対する比で示している。

図中の A および M、I、II はそれぞれフーリエ逆変換による数値解および修正分布線路、等価回路 I、II による数値解を示している。(a) 図 $f_0=20\text{Hz}$ の場合、励振相受電端 (R1 端子) の電圧波形は M、I、II とともに数値解 A に良く一致している。一方、被誘導相 (R5 端子) の電圧波形では、等価回路 II による解は数値解 A と良く一致するが、修正分布線路および等価回路 I による解には相当の誤差が残る。同図 (b) $f_0=2\text{kHz}$ の場合には励振相、被誘導相に関わらず、修正分布線路、等価回路 I および II の解は数値解 A に良く一致している。また、試験条件はやや異なるが、前節の図 3.4.4 (c) と比較すると図 (a) の波形はいずれも数値解 A によく近接している。

次に、図 3.4.8 に電流応答の検討を主とした回路を示す。電源端子を除きすべて抵抗で接地している。フーリエ解析による時間解は 3.4.1 節の (3.4.4) 式を用いて構成した。図 3.4.9 (a) および (b) はそれぞれ、図 3.4.8 の回路で、送電端第 1 相を $f_0=20\text{Hz}$ および 2kHz で励振した時の受電端第 1 (R1) および第 5 相 (R5) の電流波形を励振相送電端 (S1 端子) への流入電流のピーク値に対する比で示している。

電圧波形の場合と同様に等価回路 II では励振相、被誘導相ともにフーリエ解析による時間解 A と良く一致している。一方、修正分布線路の応答は $f_0=2\text{kHz}$ では良好であるが、 $f_0=20\text{Hz}$ では大きな誤差を生成する。等価回路 I では $f_0=20\text{Hz}$ の場合の誘導電流に若干の誤差が発生している。

図 3.4.10 は図 3.4.6 の回路で送電端第 1 相に周期パルス (周期 1 秒、デューティ比; 50%) の一部を用いた疑似ステップ電圧を印加した場合の受電端第 1 相および第 5 相の電圧波形を示している。

同図 (a) は同 (b) に示す同一試験結果の時間軸を拡大したものである。図中、S は元の分布線路のフーリエ解析結果を示しており、M、I および II は前記記号と同じである。疑似ステップ電圧の構成に使用した周波数は 3kHz 未満であり、従って、フーリエ解析結果には 3kHz 以上の元の分布線路の周波数特性は反映されない。一方、同一疑似ステップ入力に対する等価回路の応答には、 3kHz 以上の周波数成分が含まれ

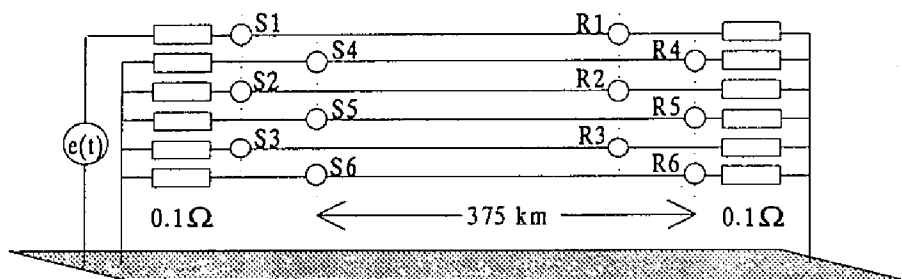


図 3.4.8 モデル回路 (B)

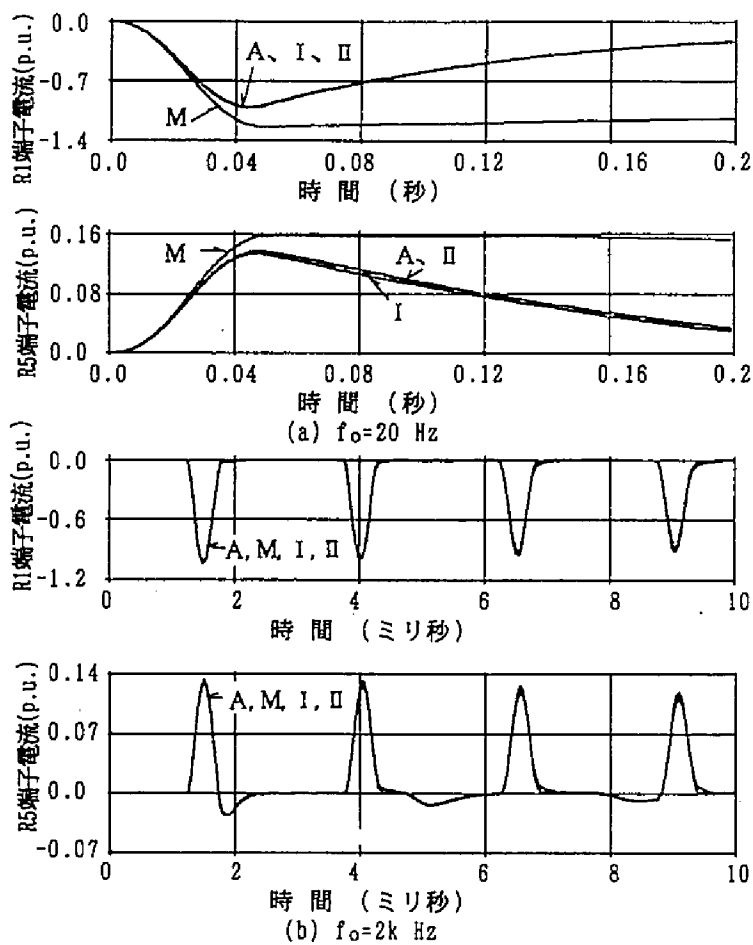


図 3.4.9 等価回路モデルとフーリエ逆変換による
数値解との比較 (電流波形)

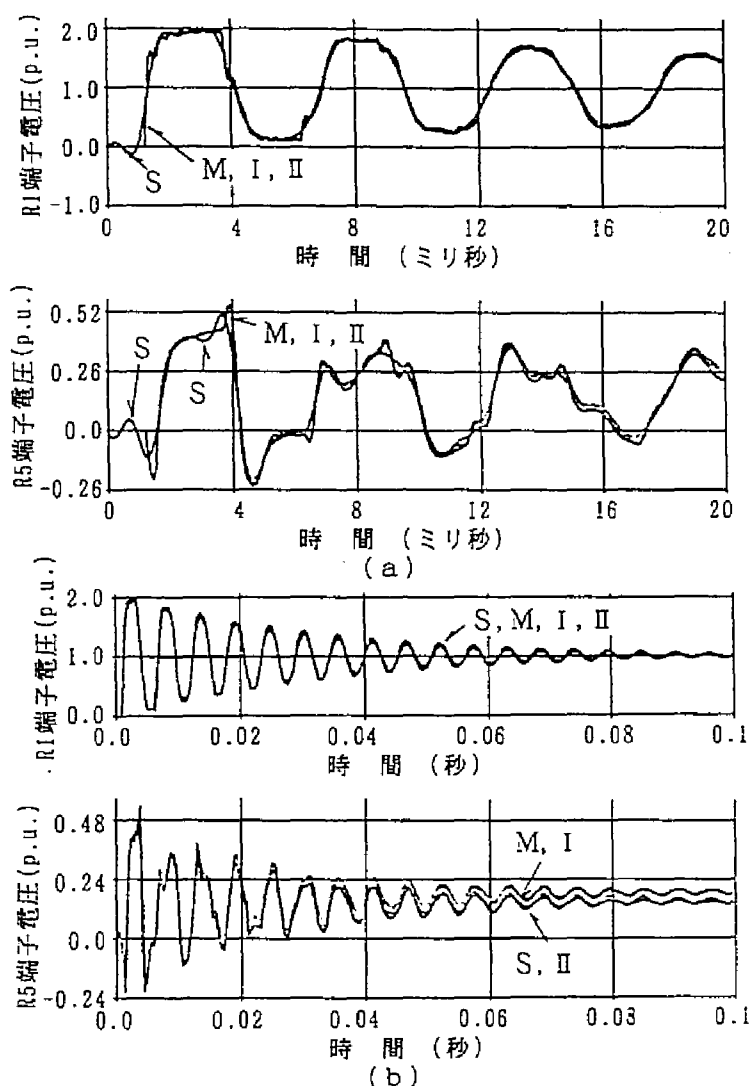


図 3.4.10 擬似ステップ電圧に対する応答電圧波形

る。以上を考慮すれば、励振相受電端電圧波形（図中、(a)、(b)のR1端子電圧）は、元の分布線路のフーリエ解析結果、修正分布線路、等価回路ⅠおよびⅡともに、相当良く一致していると言える。一方、被誘導相（図中、(a)、(b)のR5端子電圧）の電圧波形では時間の経過とともに、フーリエ解析結果並びに等価回路Ⅱと修正分布線路並びに等価回路Ⅰの応答に相当の差異が発生する。

次に、本研究の主要な目的の一つは、過電圧解析のための数波程度の解析のみならず、直流系統の起動・停止等を含む長時間の解析に耐え得る解析モデルを考究するこ

とにある。この観点から、長時間の解析に関する精度の指標として、ステップ応答を取り上げる。ここで、長時間解析の上限としては、電力系統の過渡時シミュレーションの内、最も長時間の解析を要すると考えられる直流系統における線路故障の発生－直流系停止－故障除去－再起動を解析するのに必要な0.5秒程度を取るのが妥当と考える。前述のモデル回路（B）にステップ電圧を印加した時の受電端電圧波形を図3.4.11に示す。

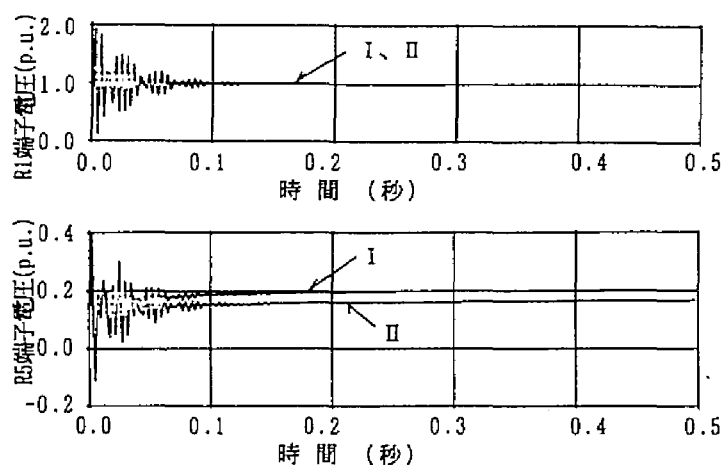


図 3.4.11 ステップ電圧に対する長時間の応答電圧波形

検討したモデル回路では線路の線間および大地に対するコンダクタンスは考慮していないため、モデル回路のステップ応答の定常電圧値は静電分圧で与えられる。等価回路ⅠおよびⅡのいずれの解析波形も0.1秒付近で定常状態に到達した後、これを維持するが、誘導電圧（R5端子電圧）に関する等価回路ⅠおよびⅡ間の定常電圧の差違は相当大きい。一方、等価回路Ⅱのステップ電圧印加後0.5秒時点の電圧と静電分圧値は、線間距離最小のR2端子で0.26 p.u.（静電分圧電圧、0.24p.u.）、最大のR6端子で0.13 p.u.（静電分圧電圧、0.11p.u.）となっており、静電分圧電圧に対する偏差は十分小さく、また、線路の不均衡に基づく誘導電圧の差異を良く表現している。

なお、受電端第1相にステップ電圧を印加した場合の同相受電端の最大過電圧は等価回路ⅠおよびⅡで1.94 p.u.であった。

以上の解析結果から、修正分布線路はその構成からの当然の帰結であるが、低周波域の応答の精度が不十分であり、等価回路Ⅰは低周波域の誘導に対する精度が十分で

はない。一方、等価回路Ⅱは誘導をも含めて元の周波数依存特性を精度良く維持していると言える。

なお、等価回路Ⅰは励振相の応答に対する精度は十分であるから、励振相の解析が主体となる場合、等価回路Ⅱに比べて計算時間の点で有利となる。

3. 5 結言

不平衡線路の過渡現象解析にモード枠Bergeron法を適用する場合について検討を行い、以下の結果が得られた。すなわち、

- 1) 強い周波数依存性を示す変換行列系の近似関数に二次項を付加する近似手法を提案し、この方法により近似精度が向上することを示した。
- 2) 変換行列系は線路構造に依存して必ずしも因果律を満足するものではなく、従って、これがモード枠Bergeronモデルの本質的な誤差要因となることを明らかにした。
- 3) この章で取り上げた不平衡線路の典型例について、単一固有値系の取り扱いが可能であり、固有値が重根となる意味でのモードクロスは発生しないことを実証した。
- 4) 中性線方式双極直流二回線線路において、因果律を充足しない状況を解消する方法を見出した。この方法の特徴は次のようである。
 - (a) 線路抵抗から極低周波数での抵抗を除去すれば変換行列系の周波数依存特性は因果律を満足する。
 - (b) 周波数依存特性の低周波域の安定性が増し、近似が容易となる。
 - (c) (a) に基づいて構成された等価回路Ⅱの解は厳密解と良く一致する。

なお、交流二回線線路においては、モード枠の取り扱いは変換行列系周波数依存特性の虚部の表現が困難であり、従って高精度の解析のためには、相表現での解析が推奨される。

第 4 章

相枠の Bergeron 等価回路の構成とその精度

第4章 相枠の Bergeron 等価回路の構成とその精度

4. 1 緒言

前章の結果から、交流二回線線路へのモード枠Bergeron法の適用には本質的な誤差要因が含まれることが明らかになった。一方、相量は現実の物理量であるから相空間で表現した周波数依存特性には因果律に関する矛盾はないと考えられる。従って本章では交流線路への新しい相枠のBergeron法の適用を検討する。すなわち従来、反射係数法に重畳定理を組み合わせ、波動伝搬を時間領域で表現した相枠のモデルがある⁽²³⁾。この方法はその表現方法から、時間領域の数値解法に荷重係数法を用いている。しかし荷重係数法は計算時間の点で難点があり、これがこの方法が広く普及しなかった1つの要因と考えられる。

本研究ではこれを解決するため、低次の伝達関数を用いた相枠の減衰特性の近似方法を開発し、これを基に計算時間で有利である巡回形の相乗積分を用いたBergeron等価回路を構成する^(31-32, 35)。更に開発した相枠のBergeron等価回路を用いた解析波形と現地測定波形が良く一致することを示し、また長時間の解析についても安定であることを示す⁽³⁵⁾。なお、2.3.4節(p.22)および3.3.2節(p.69)の議論から、相枠および二回線線路に関する回路枠の取り扱いに、本質的な差はない。従って、以下ではこれらを同等に取り扱う。

4. 2 周波数依存特性の近似方法とその精度

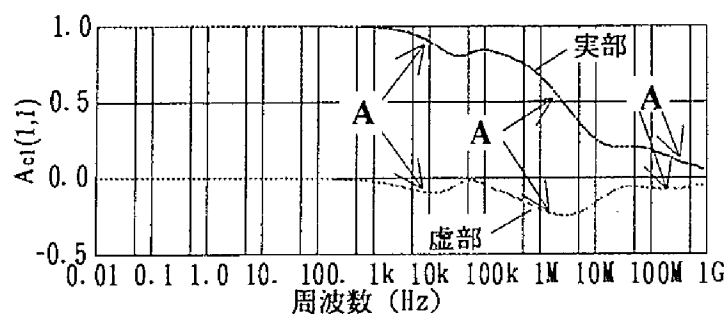
この節では第2章(2.4.3節)で得られた相表現の減衰特性およびサージアドミタンスの特徴を検討した後、その近似方法について述べ、近似精度を検討する。

4.2.1 相枠および回路枠の周波数依存特性の特徴とその近似方法

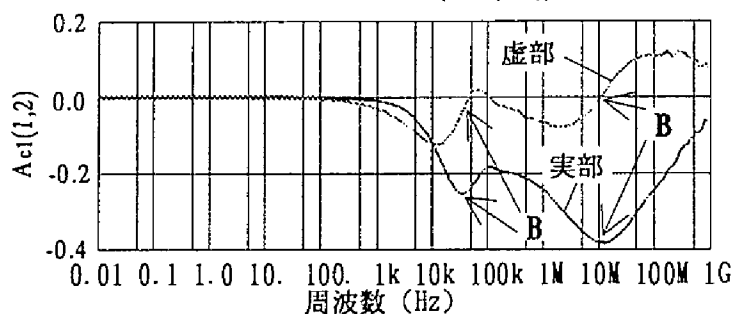
二回線交流線路(図4.2.7、p.96)の回路枠減衰特性の周波数依存性の例を図4.2.1に示す。図(a)、(b)はそれぞれ、第1回路の自己減衰特性 $A_{cl}(1,1)$ 、相互減衰特性 $A_{cl}(1,2)$ である。

図(a)のAで示す部分は(4.2.1a)式(p.89)で示す一次の伝達関数(以下、一次項と呼ぶ)の周波数特性に類似する。また、図(b)のBで示す部分は(4.2.1b)式で示す一対の一次の伝達関数(以下、一次対項と呼ぶ)の周波数特性に類似する。

そこで、図(a)の自己減衰特性、図(b)の相互減衰特性を、それぞれ、一次項

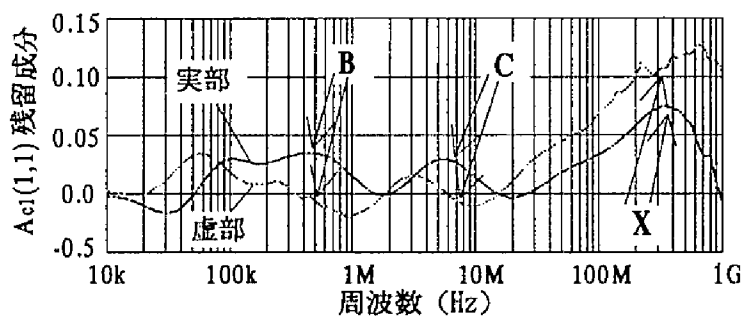


(a)自己減衰特性($A_{cl}(1,1)$)

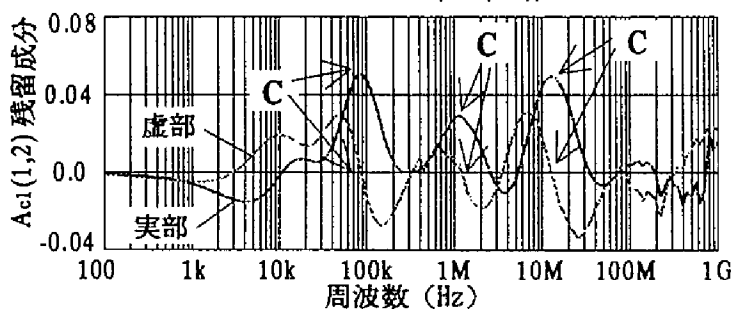


(b)相互減衰特性($A_{cl}(1,2)$)

図 4.2.1 減衰特性(A_{cl}) の周波数依存特性



(a)自己減衰特性($A_{cl}(1,1)$)



(b)相互減衰特性($A_{cl}(1,2)$)

図 4.2.2 残留成分の周波数依存特性

(4.2.1a) 式、一次対項 (4.2.1b) 式で近似する。この時の残留成分を図 4.2.2 (a) および (b) に示す。図 (a) および (b) の残留成分で、B で示す部分の周波数特性は (4.2.1b) 式で示した周波数特性が優勢であり、C で示す部分は (4.2.1c) 式で示す二次の伝達関数（以下、二次項と呼ぶ）の周波数特性に類似する。これら残留成分を近似し除去すると、更にレベルの低下した同様の成分が現れる。グラフィック表示による以上の観察結果は各種の架空線路の周波数依存特性で同様に観察される。

$$f_1(s) = \frac{k}{1 + st_d} \quad (4.2.1a)$$

$$f_2(s) = k_p \left(\frac{1}{1 + st_{d1}} - \frac{1}{1 + st_{d2}} \right) \quad (4.2.1b)$$

$$f_3(s) = \frac{k_q \zeta_q \omega_n s}{s^2 + \zeta_q \omega_n s + \omega_n^2} \quad (4.2.1c)$$

ここで、 k, k_p, k_q は各伝達関数のゲイン、 t_d, t_{d1}, t_{d2} は時定数、 $\zeta_q / 2, \omega_n$ はそれぞれ制動係数、固有角周波数である。また、 $t_d, t_{d1}, t_{d2} > 0, 2 > \zeta_q > 0$ とする。

サージアドミタンスについても、これらの周波数特性から解析対象上限周波数での実数値を差し引いた周波数依存特性について、同様の観察結果が得られる。

このことより、与えられた周波数依存特性の局所的な特徴から、(4.2.1a) - (4.2.1c) 式の周波数特性に類似する区間を見出し、これら伝達関数で逐次近似する自動化手法を開発した。

なお、減衰特性の近似に関し、図 4.2.2 (a) の X で示す部分は、このまま (4.2.1a) - (4.2.1c) 式で近似すると大きな位相誤差を生ずる。伝搬時間の調整により、この部分の位相を調整する方法については後述する。

(1) 近似過程の概要

(4.2.1a) - (4.2.1c) 式で示される各伝達関数の周波数特性実部および虚部を次式のように置く。ここで k は伝達関数の種類を表す。

$$f_k(j\omega) = f_{kr}(\omega) + j f_{ki}(\omega) \quad (s = j\omega, k = 1, 2, 3) \quad (4.2.2)$$

このとき、周波数系列 $\omega_l < \omega_m < \omega_h$ に対し、(4.2.1a) 式で示される伝達関数の折点周波数付近の減衰特性実部は (4.2.3a) 式を満足する。また、(4.2.1b) および (4.2.1c) 式で示される伝達関数の実部ピーク近傍の周波数特性は (4.2.3b) 式を満足する。更に、(4.2.3b) 式に帯域幅を加味すれば一次対項と二次項の周波数特性の

相違を判別できる。従って、(4.2.3a) および (4.2.3b) 式は与えられた周波数依存特性のいずれの部分かどの種類の伝達関数と類似するかの判定基準として使用できる。

$$\{f_{lr}(\omega_l) - f_{lr}(\omega_m)\} \{f_{lr}(\omega_m) - f_{lr}(\omega_h)\} > 0 \quad (4.2.3a)$$

$$\{f_{kr}(\omega_m) - f_{kr}(\omega_l)\} \{f_{kr}(\omega_m) - f_{kr}(\omega_h)\} > 0 \quad (k=2,3) \quad (4.2.3b)$$

上記の判定基準から決められた伝達関数形により、与えられた周波数依存特性を部分的に逐次近似する過程をアルゴリズム化すると以下ようになる。ここで、与えられた周波数依存特性 $W(\omega)$ は実部 $W_r(\omega)$ と虚部 $W_i(\omega)$ を用いて、次式で表す。

$$W(\omega) = W_r(\omega) + jW_i(\omega) \quad (4.2.4)$$

ステップ1: $W(\omega)$ の最大周波数 ω_{\max} における実部 $W_r(\omega_{\max})$ を伝達関数表示の定数 k_c と置き、 $W(\omega)$ から差し引いて残留成分 $W^{(1)}(\omega)$ を計算する。また、定数 k_c は伝達関数形での近似結果 $F^{(1)}(s)$ として記録する。この過程を次式で示す。

$$\left. \begin{aligned} W^{(1)}(\omega) &= W(\omega) - k_c \\ F^{(1)}(s) &= k_c, \quad (k_c = W_r(\omega_{\max})) \end{aligned} \right\}$$

ステップ2: 残留成分 $W^{(1)}(\omega)$ の部分的な特徴から、前記の判定基準を用いて、この部分を近似する伝達関数の形 $f_k(s)$ を決め、周波数依存特性の実部を用いる最小二乗法により時定数 t_d 等のパラメータを決定する。パラメータの決定後、 $f_k^{(2)}(j\omega)$ を計算して新しい残留成分 $W^{(2)}(\omega)$ を計算する。近似結果は $F^{(2)}(s)$ として記録する。

$$\left. \begin{aligned} W^{(2)}(\omega) &= W^{(1)}(\omega) - f_k^{(2)}(j\omega) \\ F^{(2)}(s) &= F^{(1)}(s) + f_k^{(2)}(s) \end{aligned} \right\}$$

ステップ3: $|W_r^{(n)}(\omega)| \leq \delta$ となるまで、ステップ2と同様の処理を繰り返す。ここで δ は近似における許容誤差である。

$$\left. \begin{aligned} W^{(n)}(\omega) &= W^{(n-1)}(\omega) - f_k^{(n)}(j\omega) \\ F^{(n)}(s) &= F^{(n-1)}(s) + f_k^{(n)}(s) \end{aligned} \right\}$$

近似終了時の伝達関数 $F^{(n)}(s)$ は次式で表される。

$$F^{(n)}(s) = k_c + \sum_i \frac{k_i}{1 + s t_{di}} + \sum_j \frac{k_{qj} \zeta_{qj} \omega_{nj} s}{s^2 + \zeta_{qj} \omega_{nj} s + \omega_{nj}^2} \quad (4.2.5)$$

上述の第 p 近似ステップにおける伝達関数形および近似区間の具体的な決定方法は、以下のとおりである。

一次項について、次式を同時に満足する区間の内、 M を最大とする区間を近似区間とする。この式の第1式は前記(4.2.3a)式の判定基準であり、第2式は近似許容誤差以内の区間を除外するためである。

$$\left. \begin{aligned} & \{W_r^{(p)}(\omega_l) - W_r^{(p)}(\omega_m)\} \{W_r^{(p)}(\omega_m) - W_r^{(p)}(\omega_h)\} > 0 \\ & M = |W_r^{(p)}(\omega_l) - W_r^{(p)}(\omega_h)| > \delta \end{aligned} \right\} \quad (4.2.6)$$

周波数系列 $\omega_l < \omega_m < \omega_h$ ($\omega_m / \omega_l = \omega_h / \omega_m$) と周波数特性実部の関係を図4.2.3に示す。

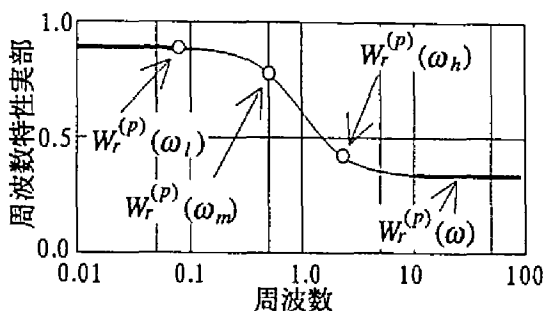


図4.2.3 一次項に関する近似区間の特徴

次に一次対項について、次式を同時に満足する区間の内、 MP を最大とする区間を選ぶ。ここで、(4.2.7a)式の第1式は前記(4.2.3b)式の判定基準であり、第2式は近似許容誤差以内の区間を除外するためである。(4.2.7b)式は一次対項と二次項

$$\left. \begin{aligned} & \{W_r^{(p)}(\omega_m) - W_r^{(p)}(\omega_l)\} \{W_r^{(p)}(\omega_m) - W_r^{(p)}(\omega_h)\} > 0 \\ & MP = |W_r^{(p)}(\omega_m)| > \delta \end{aligned} \right\} \quad (4.2.7a)$$

$$\omega_{hh} / \omega_{lh} > 3 + 2\sqrt{2} - \delta_1 \quad (4.2.7b)$$

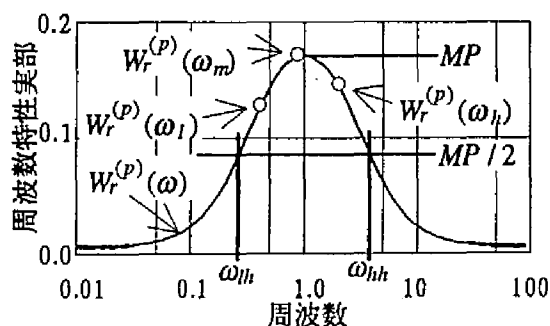


図4.2.4 一次対項に関する近似区間の特徴

の特徴を区別するための実部帯域幅（実部半値幅、図 4.2.4 および 4.2.5 参照）に関する判定であり、 δ_1 は残留成分実部特性 $W_r^{(p)}(\omega)$ が必ずしも理論的な一次対項の周波数特性を示さない場合の為の余裕値である。

なお、二次項の実部半値幅 $\omega_{hh} / \omega_{lh}$ が $3+2\sqrt{2}$ 以内であることから、本研究では一次対項と二次項の特徴を区分する実部半値幅境界値は $3+2\sqrt{2}$ とした。

二次項に関する近似区間の選定についても、実部半値幅の判定式を除き、一次対項の場合と同様となり、次式を同時に満足する区間の内、最大の MS を与える区間を近似区間を選ぶ（図 4.2.5）。

$$\left. \begin{aligned} & \{W_r^{(p)}(\omega_m) - W_r^{(p)}(\omega_l)\} \{W_r^{(p)}(\omega_m) - W_r^{(p)}(\omega_h)\} > 0 \\ & MS = |W_r^{(p)}(\omega_m)| > \delta \end{aligned} \right\} \quad (4.2.8a)$$

$$\omega_{hh} / \omega_{lh} < 3 + 2\sqrt{2} + \delta_1 \quad (4.2.8b)$$

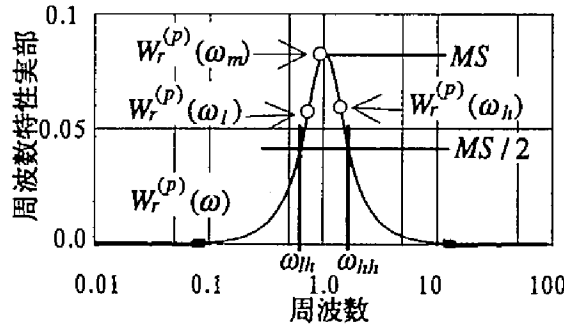


図 4.2.5 二次項に関する近似区間の特徴

図 4.2.6 に近似プログラムの構成を示した。近似に用いる関数の選定順位は、近似し得る帯域幅の大きさと時間解法における剰算項数を考慮して、図に示すように、一次、一次対、二次の伝達関数の順とした。

なお、最小二乗法によるパラメータの決定およびピーク検出の精度を考慮して周波数特性データはディケード当たり 20 点とした。また、特徴抽出のための周波数幅 ω_h / ω_l は、周波数変化に対する実部変動の急峻さの相違から、一次、一次対および二次項でそれぞれ、15、5 および 2.5 程度とした。

(2) 伝搬時間の補正

与えられた減衰特性 $A_p(\omega)$ の各要素 $a_p(\omega)$ 、対応する近似減衰特性 $F^{(n)}(j\omega)$ 、および両者の位相差 $\phi(\omega)$ を (4.2.9) 式で表すとき、位相差 $\phi(\omega)$ が大きい場合には、減衰特性の -20db 近傍または最大周波数付近の数点の位相差データを用いて、(4.2.10) 式により減衰特性 $a_p(\omega)$ および伝搬時間 τ_p を $a'_p(\omega)$ および τ'_p に修正し、前記の近似過程を繰り返す。

$$\left. \begin{aligned} a_p(\omega) &= |a_p(\omega)| e^{-j\phi_a(\omega)} \\ F^{(n)}(j\omega) &= |F^{(n)}(j\omega)| e^{-j\phi_F(\omega)} \\ \phi(\omega) &= \phi_a(\omega) - \phi_F(\omega) \end{aligned} \right\} \quad (4.2.9)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta\tau_p &= \frac{1}{n} \sum_{i=m+1}^{m+n} \frac{\phi(\omega_i)}{\omega_i} \\ \tau'_p &= \tau_p + \Delta\tau_p \\ a'_p(\omega) &= a_p(\omega) e^{j\omega \Delta\tau_p} \end{aligned} \right\} \quad (4.2.10)$$

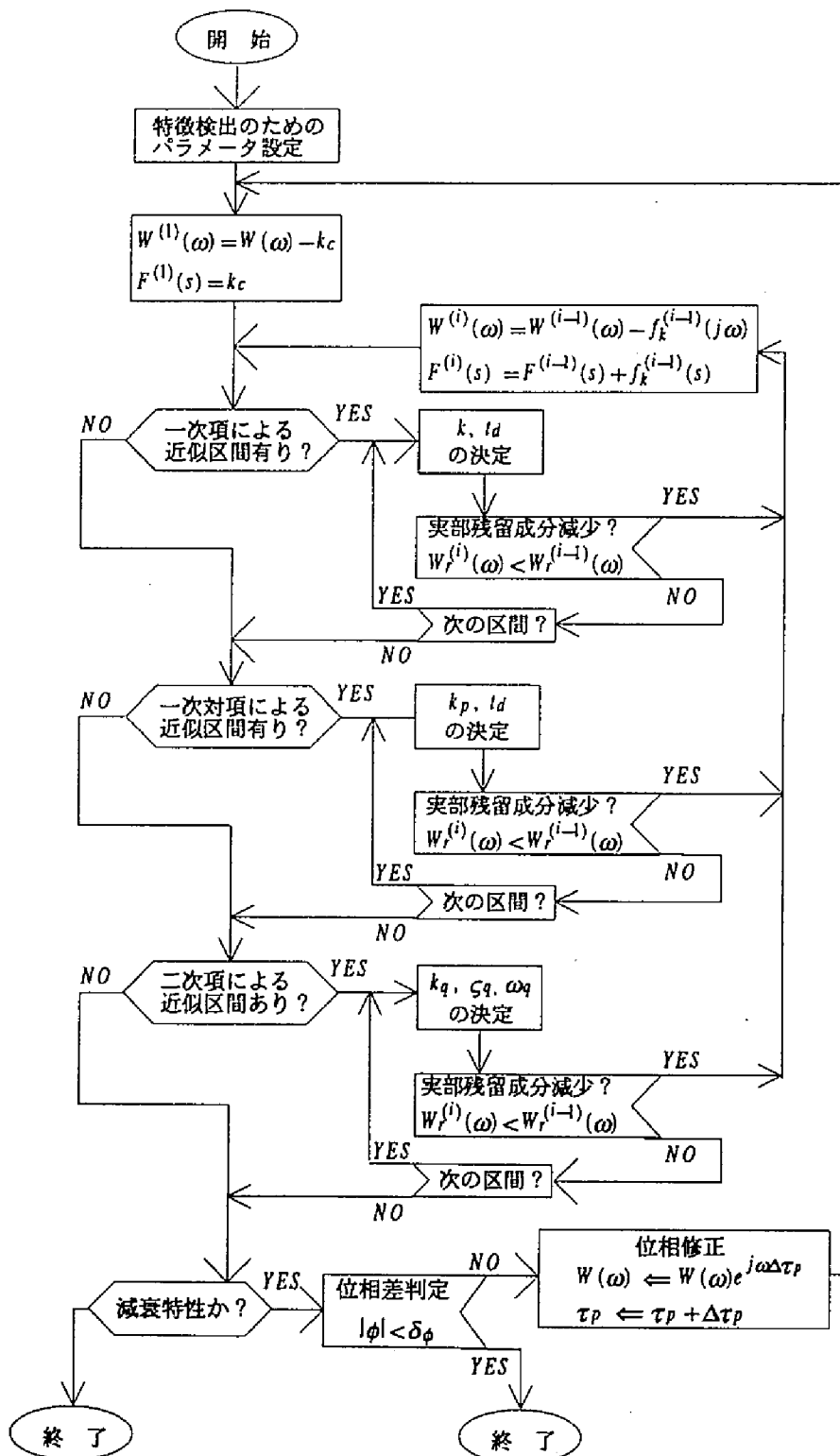


図 4.2.6 周波数依存特性の近似プログラムの構成

4.2.2 相枠および回路枠の周波数依存特性の近似精度の検討

前節に述べた近似手法を、第3章で述べた北海道－本州連系直流架空線（図3.3.2(c), p.67）および新豊根幹線^(41,42)を参考にした図4.2.7に示す二回線交流線路に適用し、近似精度を検討した。大地導電率マップ⁽⁴³⁾によれば、前者の線路経過地域の大地抵抗率は100から300Ω・mであり、後者のそれは100から1000Ω・mである。

前記直流架空線で大地抵抗率および線路長をそれぞれ、100Ω・m、31.2kmとしたときの減衰特性を図4.2.8に示す。同図で、元の周波数依存特性は2.4.3節（p.28）で述べた構成方法による減衰特性を示し、修正周波数依存特性は前節の（4.2.10）式（p.93）により伝搬時間を修正した減衰特性を示す。近似結果による近似周波数依存特性を含め、いずれも実部および虚部に分離して示した。

（a）図は本線の自己減衰特性であり、（b）図は本線－帰路間の相互減衰特性である。実部、虚部ともに修正周波数依存特性と近似特性は相当良く一致している。また、相減衰特性の特徴として、相互減衰特性の利得は低周波数域（70kHz以下）でも大きく減衰することが挙げられる（図（b））。これは定性的には以下のように説明できる。

相枠の伝搬特性 G_p を表す（2.3.32）式（p.21）は相枠の伝搬時間 τ_p を用いて、（4.2.11）式に書き換えられる。

$$\begin{aligned}
 G_p(\omega) &= [T_c^{-1}(\omega)]^t A_m(\omega) e^{-j\omega\tau_m} T_c^t \\
 &= [T_c^{-1}(\omega)]^t \times \begin{bmatrix} a_{m1}(\omega)e^{-j\omega\Delta\tau_{m1}} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & a_{m2}(\omega)e^{-j\omega\Delta\tau_{m2}} & \cdots & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & a_{mn}(\omega)e^{-j\omega\Delta\tau_{mn}} \end{bmatrix} \\
 &\quad \times T_c^t(\omega) e^{-j\omega\tau_p} \quad (4.2.11)
 \end{aligned}$$

ここで、 $\tau_{mk} = \tau_p + \Delta\tau_{mk} \quad (k=1,2,\cdots,n)$

低周波数域 ω_{low} ではモード減衰特性 $A_m(\omega)$ の各モード $a_{mk}(\omega)$ について、（4.2.12a）式が成り立つ。このとき、相枠の減衰特性 $A_p(\omega)$ は（2.4.13）式（p.30）から（4.2.12b）式で与えられ、単位行列に漸近する。

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_{low}} [a_{mk}(\omega)e^{-j\omega\Delta\tau_{mk}}] \approx 1 \quad (4.2.12a)$$

$$\lim_{\omega \rightarrow \omega_{low}} [A_p(\omega)] = \lim_{\omega \rightarrow \omega_{low}} [G_p(\omega)e^{j\omega\tau_p}] = [T_c^{-1}(\omega)]^t T_c^t(\omega) \approx I \quad (4.2.12b)$$

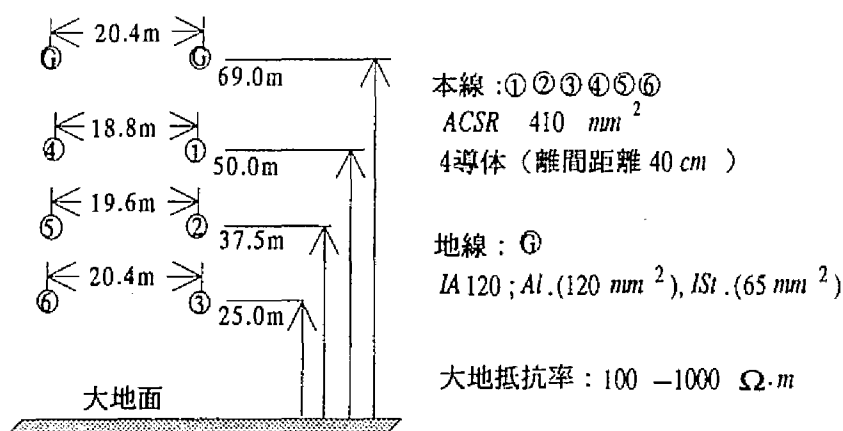


図 4.2.7 二回線交流線路の導体構成 (B)

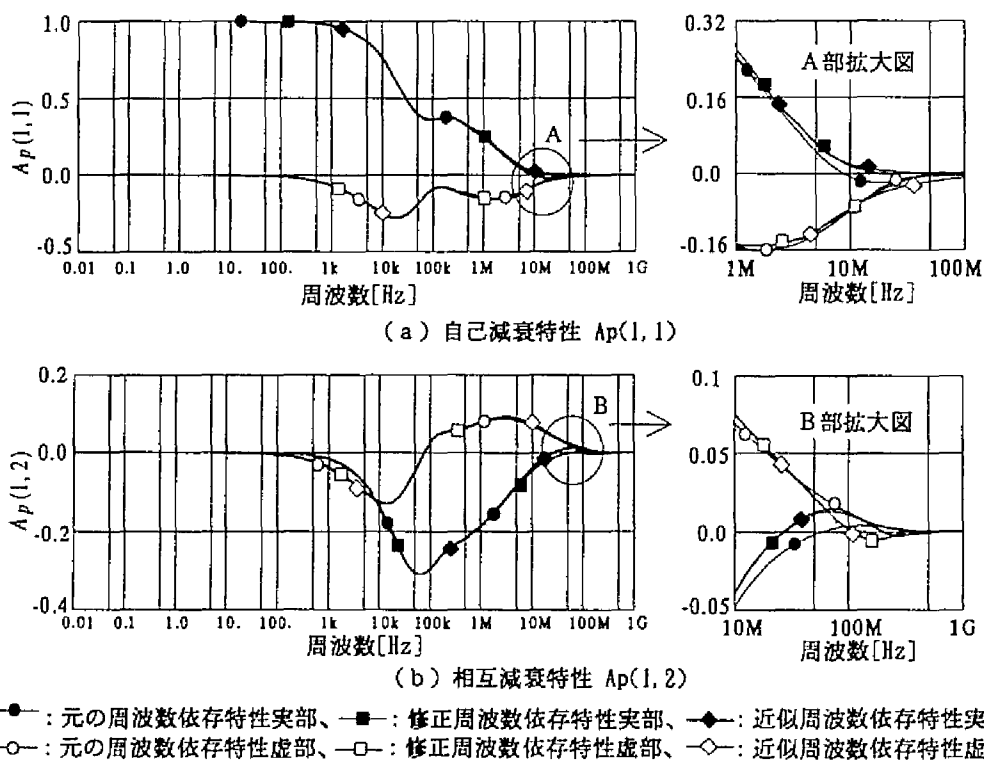


図 4.2.8 直流架空線モデルの相減衰特性

次に、本線の自己サージアドミタンスおよび本線一帰路間の相互サージアドミタンスを図4.2.9 (a) および (b) に示す。いずれも元の周波数依存特性と近似周波数依存特性は良く一致している。また、周波数依存性は相当の高域 (1MHz) まで見られる。

大地抵抗率を $1000\Omega\cdot m$ としたときの交流二回線線路(42km)の第1回路の回路枠減衰特性およびサージアドミタンスについて、修正および元の周波数依存特性と近似周波数依存特性を、図 4.2.10 に示す。また、第2回路のそれらを図 4.2.11 に示す。

いずれの図においても、減衰特性における修正周波数依存特性と近似周波数依存特性およびサージアドミタンスにおける元の周波数依存特性と近似周波数依存特性は良く一致している。

二回線線路における周波数依存特性の性質として、第2回路の相互減衰特性の最大利得発生周波数は第1回路のそれより 1.5ディケード程度高周波側にある(図 4.2.10 (b)、4.2.11 (b))。相互減衰特性の利得が低周波領域でも大きく減衰するのは、前記直流架空線路の場合と同様である。次に、第1回路に比べ第2回路のサージアドミタンスの周波数依存性は中・高域周波数(100Hz 程度以上)では小さい。

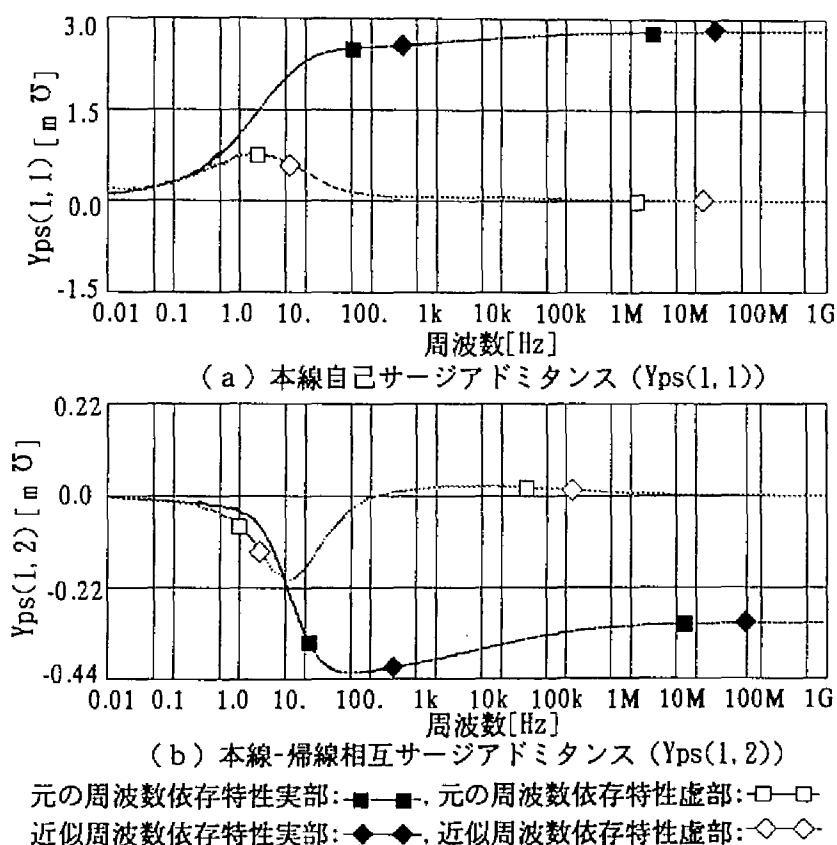
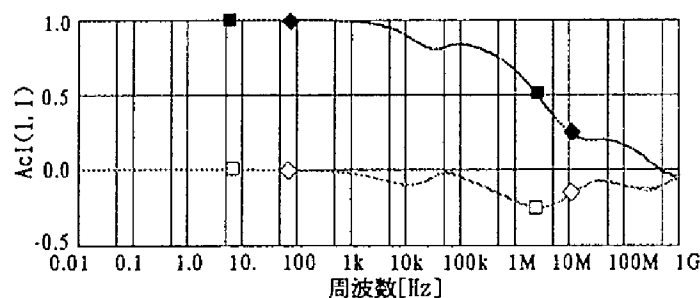
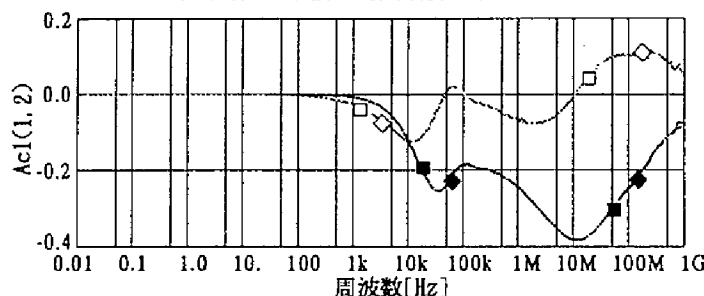


図 4.2.9 直流架空線モデルのサージアドミタンス

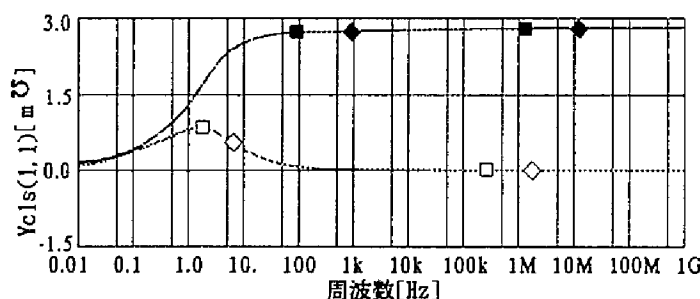


(a) 第1回路自己減衰特性 ($Acl(1,1)$)

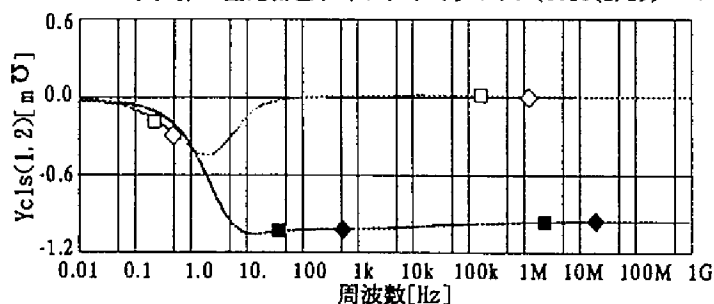


(b) 第1回路相互減衰特性 ($Acl(1,2)$)

修正周波数依存特性実部: \blacksquare — \blacksquare , 修正周波数依存特性虚部: \square — \square
 近似周波数依存特性実部: \blacklozenge — \blacklozenge , 近似周波数依存特性虚部: \diamond — \diamond



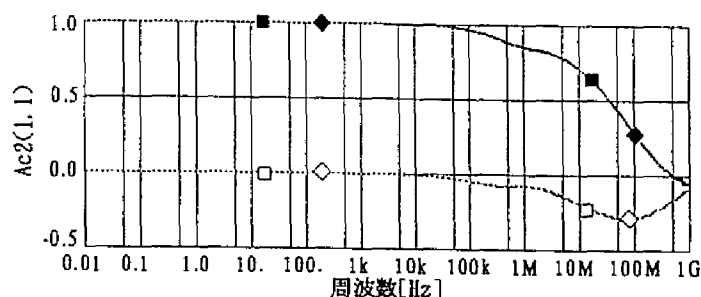
(c) 第1回路自己サージアドミタンス ($Ycls(1,1)$)



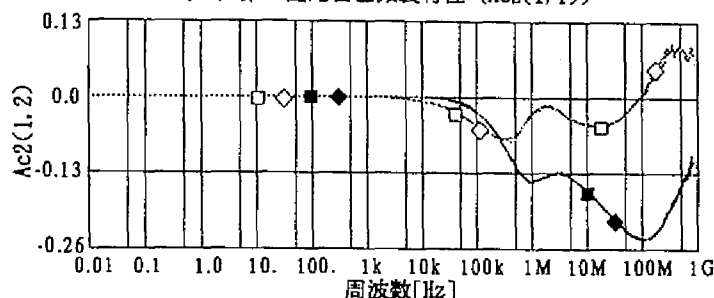
(d) 第1回路相互サージアドミタンス ($Ycls(1,2)$)

元の周波数依存特性実部: \blacksquare — \blacksquare , 元の周波数依存特性虚部: \square — \square
 近似周波数依存特性実部: \blacklozenge — \blacklozenge , 近似周波数依存特性虚部: \diamond — \diamond

図 4.2.10 第1回路の減衰特性およびサージアドミタンス

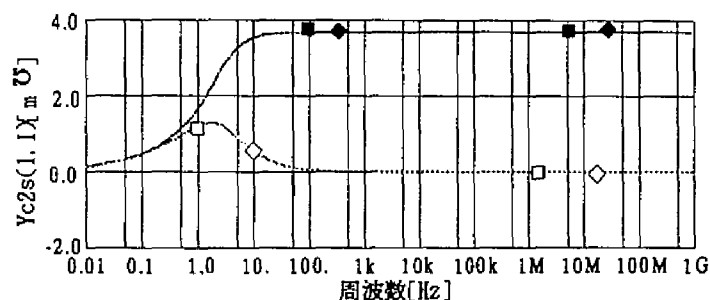


(a) 第2回路自己減衰特性 ($Ac2(1,1)$)

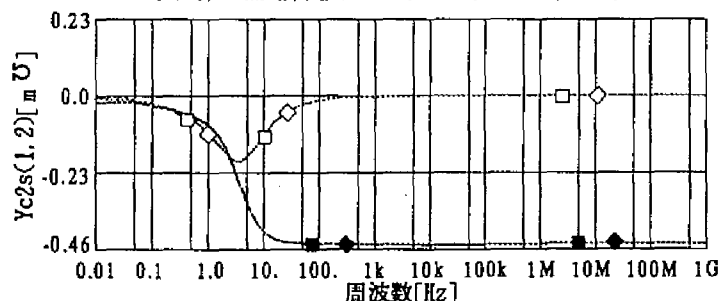


(b) 第2回路相互減衰特性 ($Ac2(1,2)$)

修正周波数依存特性実部: ■, 修正周波数依存特性虚部: □
 近似周波数依存特性実部: ◆, 近似周波数依存特性虚部: ◇



(c) 第2回路自己サージアドミタンス ($Yc2s(1,1)$)



(d) 第2回路相互サージアドミタンス ($Yc2s(1,2)$)

元の周波数依存特性実部: ■, 元の周波数依存特性虚部: □
 近似周波数依存特性実部: ◆, 近似周波数依存特性虚部: ◇

図 4.2.11 第2回路の減衰特性およびサージアドミタンス

なお、参考のため、物理量としての回線内および回線間のサージアドミタンスおよび減衰特性の例を付録4に示した。

次に、近似誤差の評価として、周波数 ω を対数で表した場合の平均誤差 E を表す(4.2.13)式を採用した。理由は、(1)近似誤差の発生が局所的であり利得の小さい範囲で大きいこと、(2)長時間解析を行う場合、近似周波数帯域が大きく、かつ各周波数帯の近似精度は同等に評価すべきことによる。ここで、 $W(\omega)$ および $F(\omega)$ はそれぞれ、与えられた周波数特性および近似周波数特性である。

$$E = \int_{\omega_o}^{\omega_h} \frac{|W(\omega) - F(\omega)|}{|W(\omega)|} d(\log(\omega / \omega_o)) \quad (4.2.13)$$

表4.2.1(a)、(b)に直流架空送電線の近似諸元を示した。減衰特性の近似における平均誤差は自己成分については0.52%、相互成分では1.8%以下である。また、サージアドミタンスの近似による平均誤差は表4.2.1(b)に示すように最大で0.62

表4.2.1(a) 北海道-本州連系直流架空線路の減衰特性近似諸元
(近似範囲: 0.01~1000 MHz)

要素番号	最大絶対値	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	1.0000	7	3	0.52
(1, 2)	0.3099	10	9	1.17
(1, 3)	0.3125	6	17	1.45
(2, 1)	0.4657	12	8	1.03
(2, 2)	1.0000	13	2	0.49
(2, 3)	0.2676	14	11	1.78
(3, 1)	0.4504	8	17	1.12
(3, 2)	0.2528	8	18	0.91
(3, 3)	1.0000	10	9	0.44

表4.2.1(b) 北海道-本州連系直流架空線路のサージアドミタンス近似諸元
(近似範囲: 0.01~1000 MHz)

要素番号	最大絶対値(mV)	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	2.3220	18	11	0.48
(1, 2)	0.4280	19	16	0.51
(1, 3)	0.3560	21	15	0.62
(2, 2)	2.1580	18	1	0.32
(2, 3)	0.6160	14	0	0.43
(3, 3)	2.1402	18	1	0.28

%である。なお、サージアドミタンスは対称であるので、表 4.2.1 (b) は上三角要素のみを示した。

次に二回線交流線路モデルについて、第 1 および第 2 回路の近似諸元を表 4.2.2 (a)、(b) および表 4.2.3 (a)、(b) に示した。

表 4.2.2 (a) で、第 1 回路の減衰特性の近似における最大平均誤差は自己成分については 0.69%、相互成分では 1.93% 以下である。サージアドミタンスの近似による平均誤差は第 1 回路で最大 0.48% である。

次に第 2 回路について、減衰特性の近似では、表 4.2.3 (a) の (2, 1) 要素のように利得の小さい相互要素で平均誤差がやや大きくなっている (最大平均誤差 4.52%)。

一方、サージアドミタンスの平均近似誤差は 0.38% 以下であり、第 1 回路のそれと同等である。

表 4.2.2 (a) 新豊根幹線(42km)の減衰特性近似諸元

第 1 回路 (近似範囲 : 0.01~1000 MHz)

要素番号	最大絶対値	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	1.000	12	7	0.47
(1, 2)	0.383	16	18	1.64
(1, 3)	0.516	11	16	1.84
(2, 1)	0.392	16	19	1.53
(2, 2)	1.000	15	5	0.69
(2, 3)	0.653	11	14	1.31
(3, 1)	0.272	10	15	1.69
(3, 2)	0.387	12	11	1.93
(3, 3)	1.000	8	11	0.68

表 4.2.2 (b) 新豊根幹線(42km)のサージアドミタンス近似諸元

第 1 回路 (近似範囲 : 0.01~1000 MHz)

要素番号	最大絶対値(mV)	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	2.806	16	2	0.22
(1, 2)	1.061	13	3	0.40
(1, 3)	0.533	22	7	0.48
(2, 2)	3.071	25	3	0.18
(2, 3)	1.059	15	5	0.36
(3, 3)	3.015	21	1	0.36

表4.2.3 (a) 新豊根幹線(42km)の減衰特性近似諸元

第2回路 (近似範囲: 0.01~1000 MHz)

要素番号	最大絶対値	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	0.9999	12	4	0.37
(1, 2)	0.2420	9	11	3.58
(1, 3)	0.2826	8	9	2.44
(2, 1)	0.2340	9	9	4.52
(2, 2)	0.9999	9	6	0.48
(2, 3)	0.4843	9	8	1.84
(3, 1)	0.2229	9	11	2.18
(3, 2)	0.3843	9	12	1.58
(3, 3)	0.9999	6	7	0.50

表4.2.3 (b) 新豊根幹線(42km)のサージアドミタンス近似諸元

第2回路 (近似範囲: 0.01~1000 MHz)

要素番号	最大絶対値(mV)	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	3.6890	10	1	0.20
(1, 2)	0.4481	9	0	0.38
(1, 3)	0.1137	15	0	0.36
(2, 2)	3.7110	7	1	0.29
(2, 3)	0.4590	14	0	0.23
(3, 3)	3.6600	11	1	0.24

以上は短距離(42km以下)の線路に対する結果であるが、付録5に示すように比較的長距離(200km)の線路についても同等の近似結果が得られる。なお、付録5には、近似各項の係数例についても示した。

以上から、開発した相および回路枠のBergeronモデルの近似精度は十分高く、モード枠Bergeronモデルの変換行列系で見られる因果律の充足問題は存在しないと言える。

4.2.3 相枠 Bergeron 等価回路の構成

この節では、4.2.1節で述べた近似手法を用いて得られた相および回路枠の減衰特性およびサージアドミタンスの近似結果に3.2.2節(p.48)で示した数値解法を適用し、図2.3.8(p.22)に示した一般相枠Bergeronモデルの等価回路を構成した後、二回線線路の等価回路を検討する。

(1) 一般相枠 Bergeron 等価回路

先ず、電圧、電流および周波数依存特性の表記方法について記す。

$V_{pj,n} = [v_{pj,1,n} \ v_{pj,2,n} \ \cdots \ v_{pj,N,n}]^T$: 時系列第 n ステップにおける j 端相電

圧を表わす。左辺および右辺の第1区分の下付き添字は図2.3.8 (p. 22) に示した記号をそのまま用いる。左辺第2および右辺第3区分の添字は時系列を表わし、右辺第2区分の添字はベクトルの要素番号を表わす。ここで、 N は相または導体数である。各部の電圧、電流はこの表記方法に従う。

$k_{ca,ml}$: 相減衰特性 A_p の定数項、第1区分の添字 a は減衰特性を表わし、第2区分の添字 ml は m 行 l 列要素を示す。

$\alpha_{a,ml,k_{a1}}, \lambda_{a,ml,k_{a1}}, \mu_{a,ml,k_{a1}}$: 相減衰特性の一次の伝達関数項を数値解法 A (p. 48) を用いて解くときの係数、第2区分の添字は上記に同じ、第3区分の添字 k_{a1} は第 k_{a1} 項を示す。

$\alpha_{1a,ml,k_{a2}}, \alpha_{2a,ml,k_{a2}}, \beta_{oa,ml,k_{a2}}, \beta_{1a,ml,k_{a2}}, \beta_{2a,ml,k_{a2}}$: 減衰特性の二次の伝達関数項を数値解法 I (p. 49) を用いて解くときの各係数。各添字は上記に同じ。

$\phi_{a,ml,k_{a1},n}, \varphi_{a,ml,k_{a2},n}$: 減衰特性の一次、二次の伝達関数項の応答、第1-3区分の添字は上記に同じ、第4区分の添字は時系列 n の値であることを示す。

$k_{cy,lm}, \alpha_{y,lm,k_{y1}}, \lambda_{y,lm,k_{y1}}, \mu_{y,lm,k_{y1}}, \alpha_{1y,lm,k_{y2}}, \alpha_{2y,lm,k_{y2}}, \beta_{oy,lm,k_{y2}}, \beta_{1y,lm,k_{y2}}, \beta_{2y,lm,k_{y2}}, \phi_{y,lm,k_{y1},n}, \varphi_{y,lm,k_{y2},n}$: 相サージアドミタンス Y_{ps} に関する、前記定数、係数および応答、添字 y はモードサージアドミタンスを表わす。

$n\tau_{lm} = \tau_{plm} / h$: 減衰特性の lm 要素の伝搬時間 τ_{plm} のステップ数換算値、 h : ステップ幅。

このとき、 j 端について以下の式が成り立つ。

j 端入来電圧ベクトル $V'_{pj,n}$ の第 m 要素 (減衰特性出力):

$$\left. \begin{aligned} v'_{pj,m,n} &= \sum_l k_{ca,ml} \cdot v''_{pk,l,n-n\tau_{ml}} + \sum_l \sum_{k_{a1}} \phi_{a,ml,k_{a1},n} + \sum_l \sum_{k_{a2}} \varphi_{a,ml,k_{a2},n} \\ \phi_{a,ml,k_{a1},n} &= \alpha_{a,ml,k_{a1}} \phi_{a,ml,k_{a1},n-1} \\ &\quad + \lambda_{a,ml,k_{a1}} v''_{pk,l,n-n\tau_{ml}} + \mu_{a,ml,k_{a1}} v''_{pk,l,n-n\tau_{ml}-1} \\ \varphi_{a,ml,k_{a2},n} &= \alpha_{1a,ml,k_{a2}} \varphi_{a,ml,k_{a2},n-1} + \alpha_{2a,ml,k_{a2}} \varphi_{a,ml,k_{a2},n-2} \\ &\quad + \beta_{oa,ml,k_{a2}} v''_{pk,l,n-n\tau_{ml}} + \beta_{1a,ml,k_{a2}} v''_{pk,l,n-n\tau_{ml}-1} \\ &\quad + \beta_{2a,ml,k_{a2}} v''_{pk,l,n-n\tau_{ml}-2} \end{aligned} \right\} \quad (4.2.14)$$

ここで、反射電圧 V''_{pj}, V''_{pk} の初期化には (2.3.30) 式 (p. 21) を用いる。

j 端相電流 $I_{pj,n}$ の第 l 要素 (サージアドミタンス出力):

$$\left. \begin{aligned}
i_{pj,l,n} &= \sum_m k_{cy,lm} (v_{pj,m,n} - 2v'_{pj,m,n}) + \sum_m \sum_{ky1} \phi_{y,lm,ky1,n} + \sum_m \sum_{ky2} \phi_{y,lm,ky2,n} \\
\phi_{y,lm,ky1,n} &= \lambda_{y,lm,ky1} v_{pj,m,n} + \phi'_{y,lm,ky1,n} \\
\phi'_{y,lm,ky1,n} &= \alpha_{y,lm,ky1} \phi_{y,lm,ky1,n-1} \\
&\quad - 2\lambda_{y,lm,ky1} v'_{pj,m,n} + \mu_{y,lm,ky1} (v_{pj,m,n-1} - 2v'_{pj,m,n-1}) \\
\phi_{y,lm,ky2,n} &= \beta_{oy,lm,ky2} v_{pj,m,n} + \phi'_{y,lm,ky2,n} \\
\phi'_{y,lm,ky2,n} &= \alpha_{1y,lm,ky2} \phi_{y,lm,ky2,n-1} + \alpha_{2y,lm,ky2} \phi_{y,lm,ky2,n-2} \\
&\quad - 2\beta_{oy,lm,ky2} v'_{pj,m,n} + \beta_{1y,lm,ky2} (v_{pj,m,n-1} - 2v'_{pj,m,n-1}) \\
&\quad + \beta_{2y,lm,ky2} (v_{pj,m,n-2} - 2v'_{pj,m,n-2})
\end{aligned} \right\} \quad (4.2.15)$$

(4.2.15) 式をベクトル形式に書き直して、次式を得る。

$$I_{pj,n} = Y_{se} V_{pj,n} + I_{pj,n}^s \quad (4.2.16a)$$

$$\left. \begin{aligned}
(Y_{se})_{lm} &= k_{cy,lm} + \sum_{ky1} \lambda_{y,lm,ky1} + \sum_{ky2} \beta_{oy,lm,ky2} \\
(I_{pj,n}^s)_l &= -2 \sum_m k_{cy,lm} v'_{pj,m,n} + \sum_m \sum_{ky1} \phi'_{y,lm,ky1,n} + \sum_m \sum_{ky2} \phi'_{y,lm,ky2,n}
\end{aligned} \right\} \quad (4.2.16b)$$

ここで、 Y_{se} および $I_{pj,n}^s$ はそれぞれ、相空間（物理空間）で表された等価サージコンダクタンス行列および等価電流源であり、 $(Y_{se})_{lm}$ および $(I_{pj,n}^s)_l$ は等価サージコンダクタンス行列の lm 要素および等価電流源の l 要素を表わす。 k 端についても同様の式が得られる。

(4.2.16a) 式より下図に示す等価回路が得られる。これを用いた過渡現象解析方法およびプログラムの構成は、3.2.4節で述べたモード枠の Bergeron 等価回路を用いるそれと同様であるので言及しない。

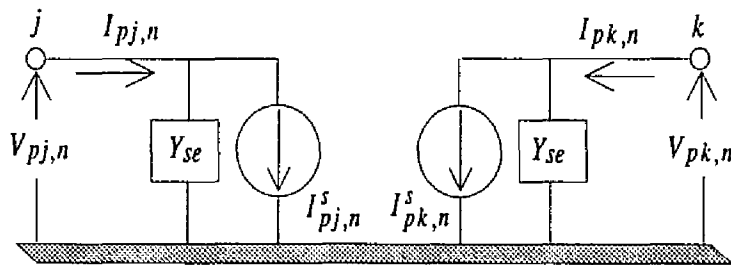


図 4.2.12 相枠の Bergeron 等価回路

(2) 二回線線路の回路枠 Bergeron 等価回路

2.3.4 節で述べた第1回路および第2回路に前述の一般相枠モデルの取り扱いを適用すれば、 j 端について次式で示す等価回路が得られる。ここで、 $V_{c1j,n}$, $I_{c1j,n}$, $I_{c1j,n}^s$ およ

$$\left. \begin{aligned} I_{c1j,n} &= Y_{c1se} V_{c1j,n} + I_{c1j,n}^s \\ I_{c2j,n} &= Y_{c2se} V_{c2j,n} + I_{c2j,n}^s \end{aligned} \right\} \quad (4.2.17)$$

び Y_{c1se} はそれぞれ第1回路の時系列 n における電圧、電流、等価電流源および等価サージコンダクタンス行列であり、 $V_{c2j,n}$, $I_{c2j,n}$, $I_{c2j,n}^s$ および Y_{c2se} は第2回路のそれらである。今、(2.3.34) 式 (p. 23) の関係を用いて、(4.2.17) 式の回路電圧および電流を回線電圧および電流に変換すれば、回路枠の Bergeron 等価回路を表す次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} I_{p1j,n} \\ I_{p2j,n} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} Y_{c1se} + Y_{c2se} & Y_{c1se} - Y_{c2se} \\ Y_{c1se} - Y_{c2se} & Y_{c1se} + Y_{c2se} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{p1j,n} \\ V_{p2j,n} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{c1j,n}^s + I_{c2j,n}^s \\ I_{c1j,n}^s - I_{c2j,n}^s \end{bmatrix} \quad (4.2.18)$$

ここで、 $V_{p1j,n}$, $I_{p1j,n}$ および $V_{p2j,n}$, $I_{p2j,n}$ はそれぞれ第一および第二回線の相電圧、電流である。また、等価電流源の計算に必要な第1および第2回路の反射電圧 $V'_{c1j,n}$ および $V'_{c2j,n}$ は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} V'_{c1j,n} &= \frac{1}{2} (V_{p1j,n} + V_{p2j,n}) - V_{c1j,n} \\ V'_{c2j,n} &= \frac{1}{2} (V_{p1j,n} - V_{p2j,n}) - V_{c2j,n} \end{aligned} \right\} \quad (4.2.19)$$

4. 3 相枠の Bergeron 等価回路による解析結果と現地測定結果の比較

北海道－本州直流連系の直流架空線および新豊根幹線のインパルス印加試験^(41, 42)を取り上げ、相枠モデルによる解析結果と現地測定結果を比較し精度を検討する。

直流架空線は一般相枠モデルの適用例であり、新豊根幹線は二回線線路に関する回路枠モデルの適用例である。なお、これら線路の構造等に関する諸元は既に図 3.3.2 (p. 67) および図 4.2.7 (p. 96) に記載した。

4.3.1 直流架空線路のインパルス応答

45 × 4000 μs 波の本線への印加試験で用いられたインパルス発生回路 (I.G.) のモデ

ル構成を図4.3.1(a)に示す。また、解析で取り上げた試験線路モデルを同図に示した。図(b)は単一区間モデルであり、図(c)は二区間モデルである。

インパルスの印加は本線S端とし、インパルスの発生はI.G.回路の $12\mu F$ コンデンサーに20kVの初期電圧を与えることにより行った。

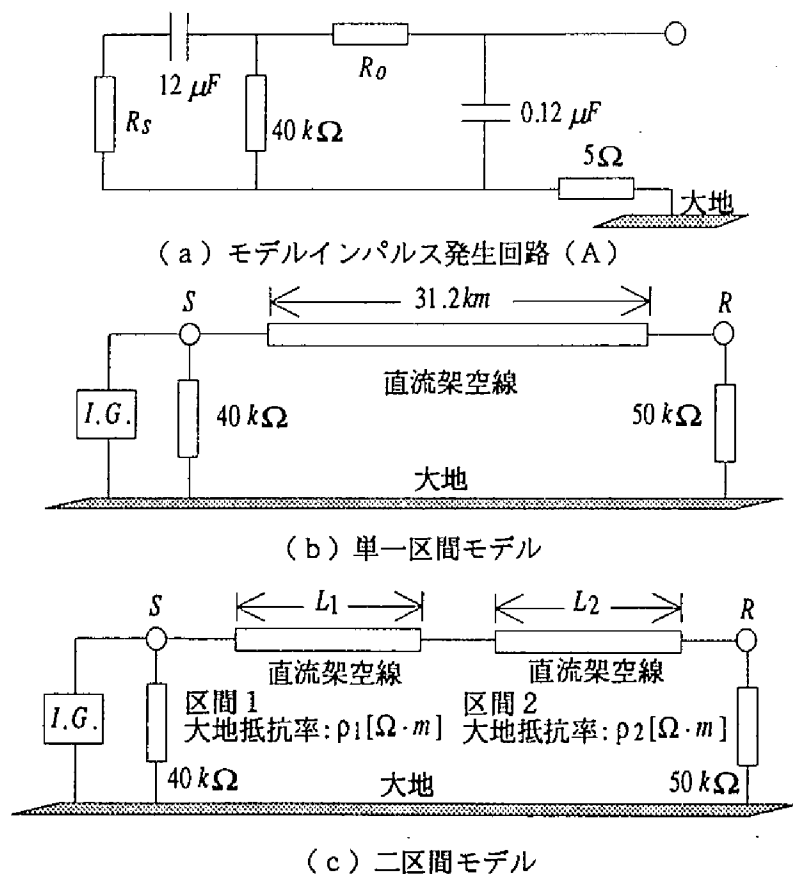
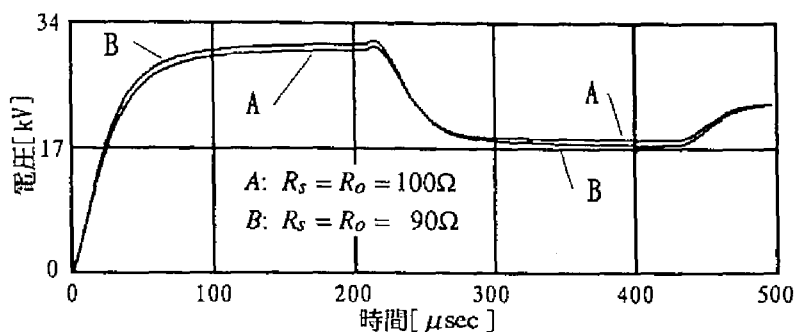


図 4.3.1 モデル直流回路

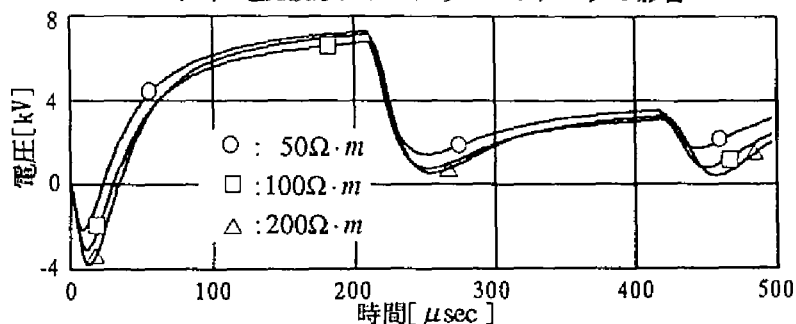
次に、線路の過渡応答を解析するためには、I.G.回路のパラメータ、大地導電率等の正確な推定が重要であるため、先ずこれらパラメータの応答波形に及ぼす影響を検討した。

(1) I.G.回路のパラメータの影響

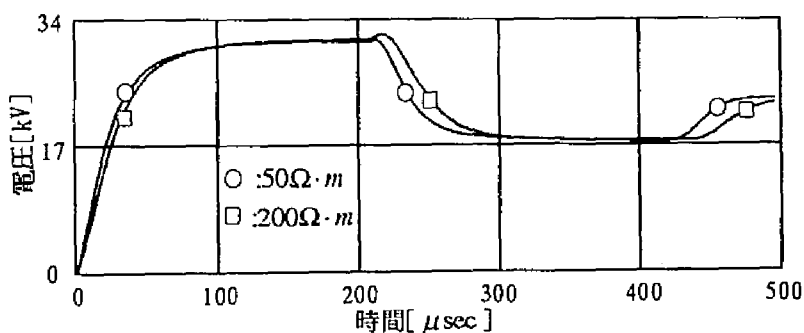
図4.3.2(a)は図4.3.1(b)に示した単一区間モデルで、大地抵抗率を $100[\Omega \cdot m]$ とし、I.G.回路の波形調整用抵抗(R_s, R_0)を変化させた場合の本線R端の電圧波形を示す。抵抗 R_s, R_0 の10%の変化は3%程度のR端ピーク電圧の上昇および第2波最低



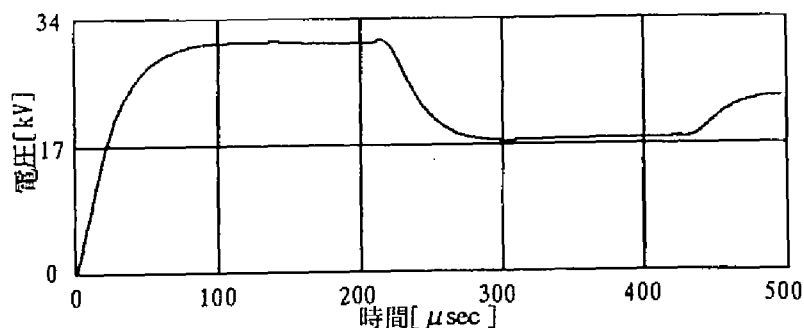
(a) 電圧波形におよぼすICパラメータの影響



(b) 電圧波形におよぼす大地抵抗率の影響



(c) 単一区間モデルによる本線電圧波形



(d) 二区間モデルによる本線電圧波形

図 4.3.2 各種パラメータの電圧応答波形におよぼす影響

電圧（反射波の到来後の波形）の5%程度の低下を引き起す。

（2）大地導電率の誘導電圧波形に及ぼす影響

単一区間モデルで大地抵抗率を変化させた場合の帰路導体の電圧波形を図4.3.2(b)に示す。大地導電率が小さい（抵抗率が大）ほど、第1波の負側電圧ピークが大となっている。

（3）線路経過地導電率の変化の影響

図4.3.1(c)の二区間モデルで、区間1を線路長：20km、大地抵抗率： $50\Omega\cdot m$ 、区間2を線路長：11.2km、大地抵抗率： $200\Omega\cdot m$ として解析した。

図4.3.2(d)に上記二区間モデルによる解析結果を示す。図(c)に示す単一区間モデルによる本線R端の電圧波形が第2波区間で低下傾向を示すのに比べ、二区間モデルによる第2波区間の同電圧は上昇傾向を示している。これは線路第1区間および第2区間の大地導電率の相違による中間反射の影響と考えられる。

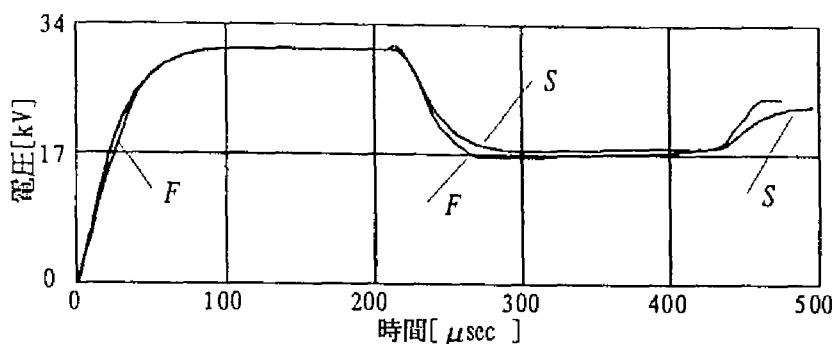
以上の検討結果を考慮し、二区間モデル（区間1：線路長：20km、大地抵抗率： $50\Omega\cdot m$ 、区間2：線路長：11.2km、大地抵抗率： $200\Omega\cdot m$ ）、I.G.波形調整抵抗： $R_S = R_o = 90\Omega$ 、時間刻み： $0.1\mu\text{sec}$ で実測結果との比較解析を実施した。図4.3.3に解析結果（図中のS）とオシロ写真のリプロット（図中のF）との比較で示す。

実測のオシロ写真では電圧値が不明のため、解析および測定電圧が $200\mu\text{sec}$ で一致するものとして示した。

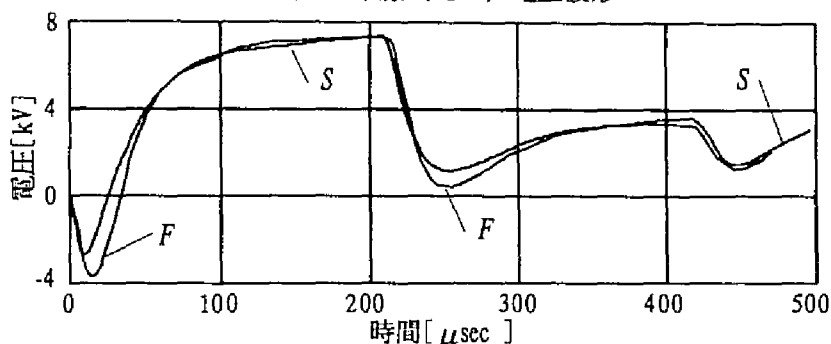
この図から細部で差異が残るものの、波形は相当良く一致する。しかし、各波形の立上がりおよび立下がり部分に相当の差違が発生し、特に被誘導相（図(b),(c)）の応答初期（0- $50\mu\text{sec}$ ）の負側ピーク電圧の差違は30%程度に達する。

この差違に関し、予備試験結果から被誘導相の第1波負側ピーク電圧は大地導電率に大きく依存することが判っている。また線路導体の平野部の平均地上高の決定は容易であるが、山間部の平均地上高の実情については必ずしも十分に把握されているとは言えない。

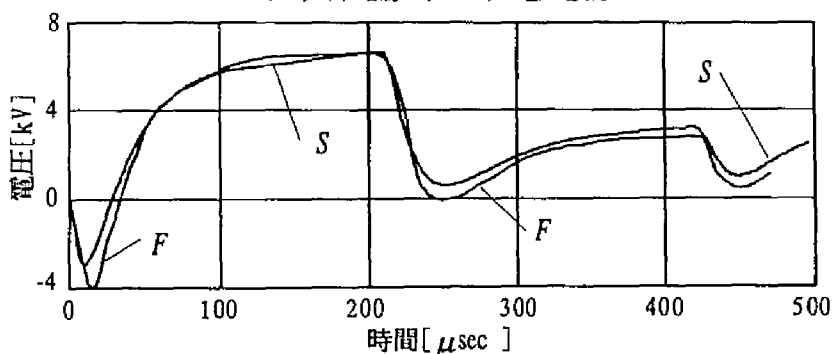
これらのことから、前記ピーク電圧の差違は線路の区分数、各区分の大地導電率、平均地上高等の選定が試験線路の実情を十分に反映していない為と考えられる。



(a) 本線 (C1-R) 電圧波形



(b) 帰路線 (C2-R) 電圧波形



(c) 帰路線 (C3-R) 電圧波形

F : 測定波形、 S : シミュレーション波形

図 4.3.3 解析結果と測定結果の比較 (A)

4.3.2 交流二回線線路のインパルス応答

インパルス印加試験で用いられた $1 \times 4000 \mu\text{s}$ 波インパルス発生装置のモデル回路と試験線路をそれぞれ、図 4.3.4 (a) および (b) に示す。(b) 図の線路両端および中間点の抵抗はオシロ測定のための分圧抵抗である。

文献 (42) の代表鉄塔、大地導電率を参考に、地上高、大地抵抗率を変えて解析し、最も波形が類似するものを選定した。

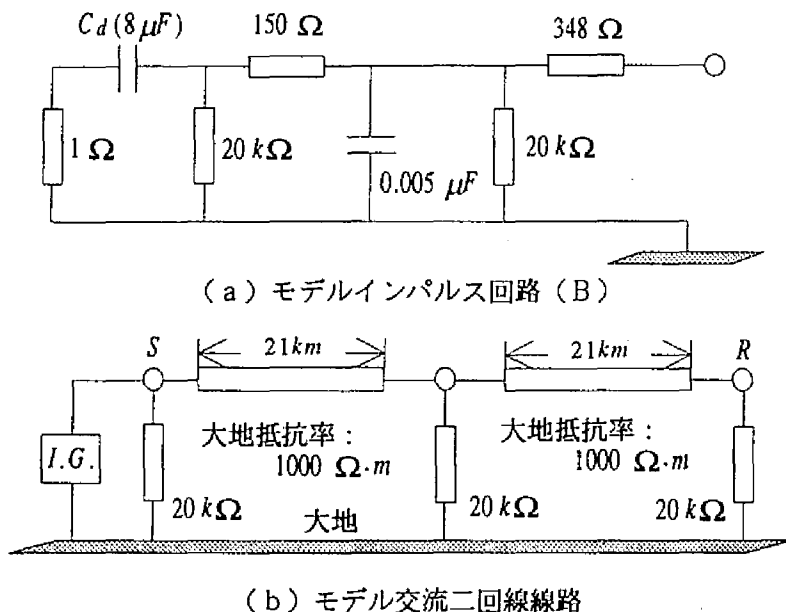


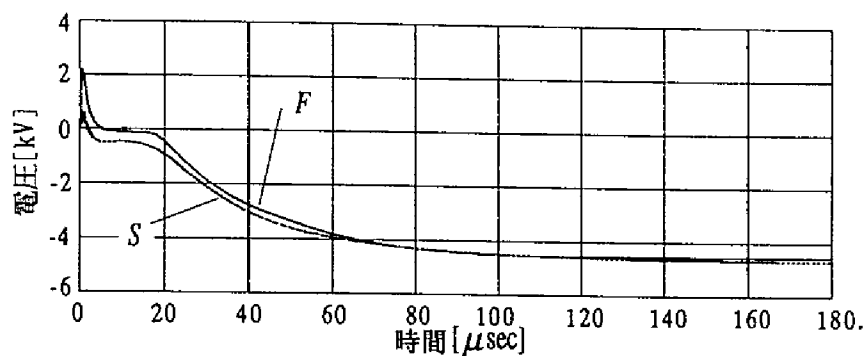
図 4.3.4 モデル交流回路

(1) 中相インパルス印加試験

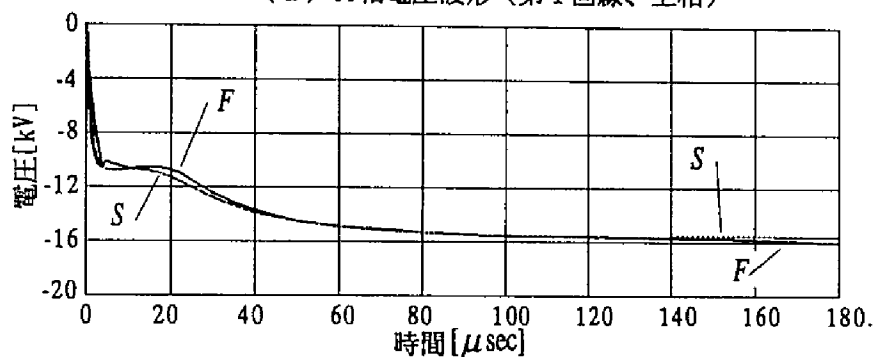
図4.3.5および4.3.6に、インパルス発生回路のコンデンサー C_d に20kVの初期電圧を与えることにより、S端B相(中相)に負極性の $1 \times 4000 \mu s$ 波を印加した時のR端各相の電圧波形を相枠モデルによる解析結果と実地試験結果との比較で示している。時間刻み幅は $0.01 \mu sec$ である。

測定結果の電圧スケールは不明であるが、A、B、C相(第一回線)およびA'、B'、C'相(第二回線)のスケールはそれぞれ同一と考えられるため、A、B、C相についてはB相 $120 \mu sec$ での電圧値が、またA'、B'、C'相についてはA'相 $140 \mu sec$ での電圧値が解析結果に等しいものとしてプロットした。また、図中のF、Sはそれぞれ現地測定結果および解析結果を示している。

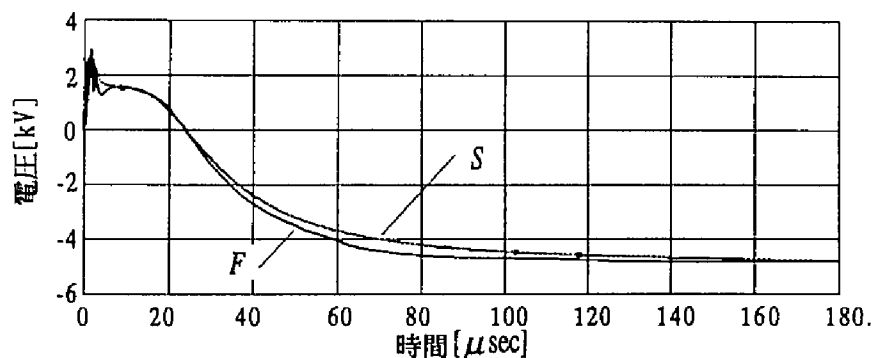
B、CおよびA'各相の解析波形と測定波形は相当良く一致している。次に、A(上相)、B'(中相)およびC'相(上相)については応答初期(0から $40 \mu sec$ 付近)の波形に相当の差異があるが、初期応答経過後の各相の分圧状況は実測結果と良く一致している。応答初期の波形の差異は前述の直流架空線路のインパルス応答試験の場合と同様の理由によるものと考えられる。



(a) A相電圧波形 (第1回線、上相)



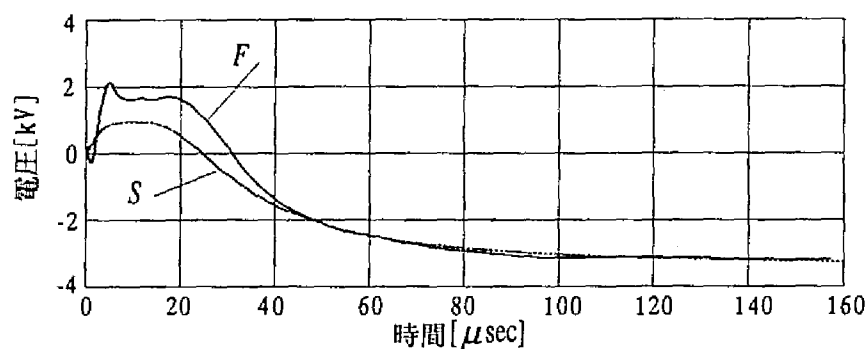
(b) B相電圧波形 (第1回線、中相)



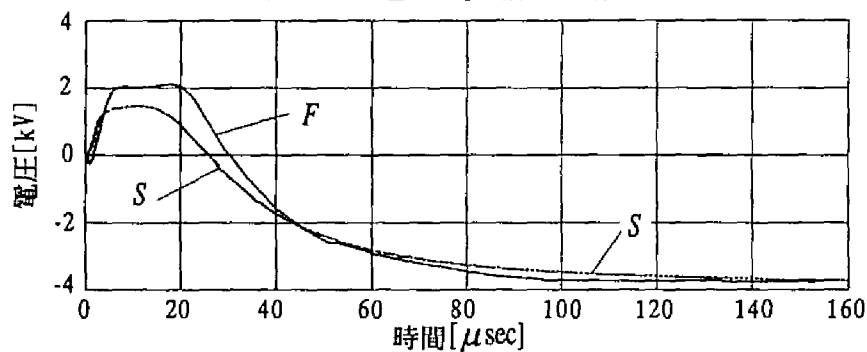
(c) C相電圧波形 (第1回線、下相)

F : 測定波形、 S : シミュレーション波形

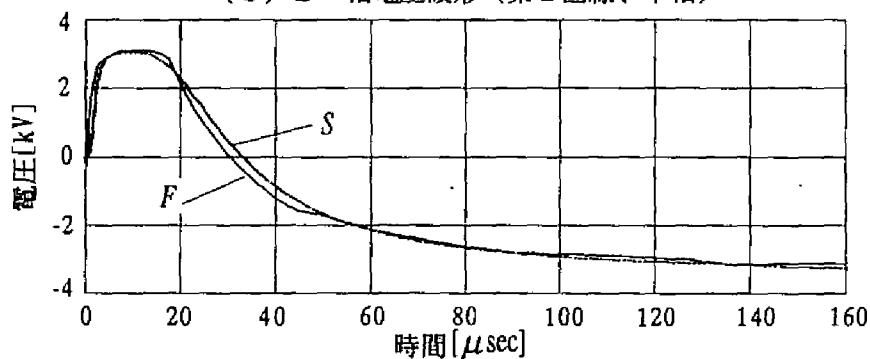
図 4.3.5 第一回線中相印加時の第一回線受電端の電圧波形



(a) C' 相電圧波形 (第2回線、上相)



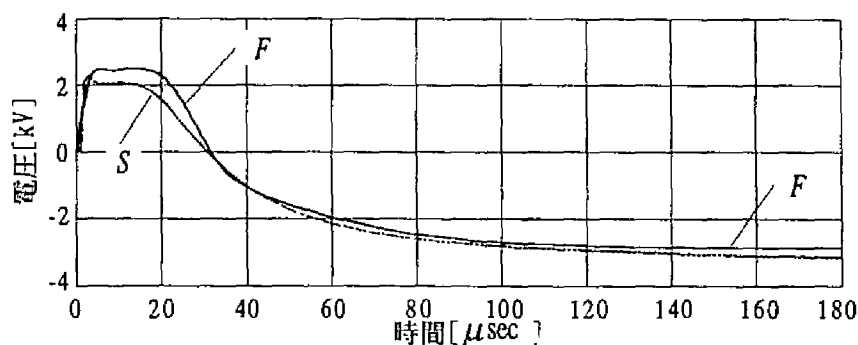
(b) B' 相電圧波形 (第2回線、中相)



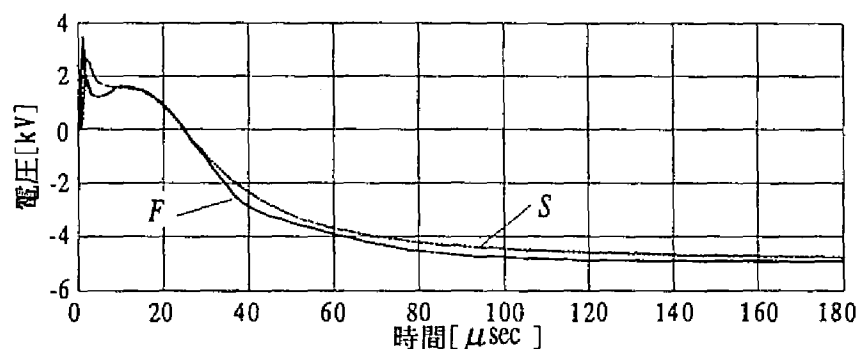
(c) A' 相電圧波形 (第2回線、下相)

F : 測定波形、 S : シミュレーション波形

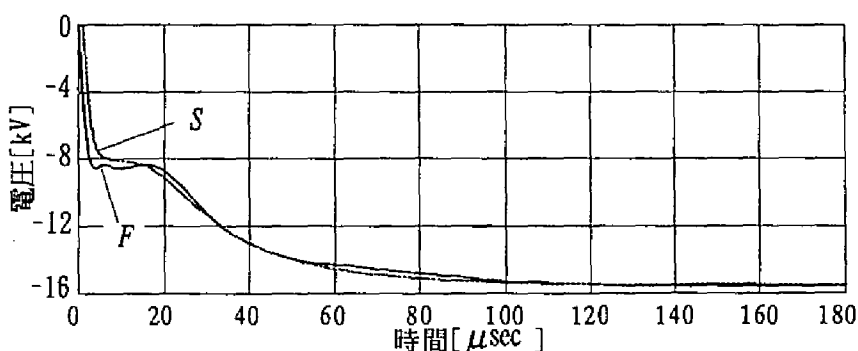
図 4.3.6 第一回線中相印加時の第二回線受電端の電圧波形



(a) A相電圧波形（第一回線：上相）



(b) B相電圧波形（第一回線：中相）



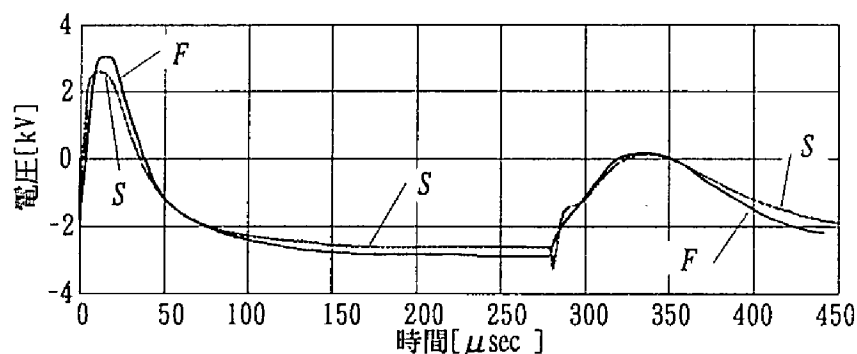
(c) C相電圧波形（第一回線：下相）

F : 測定波形、 S : シミュレーション波形

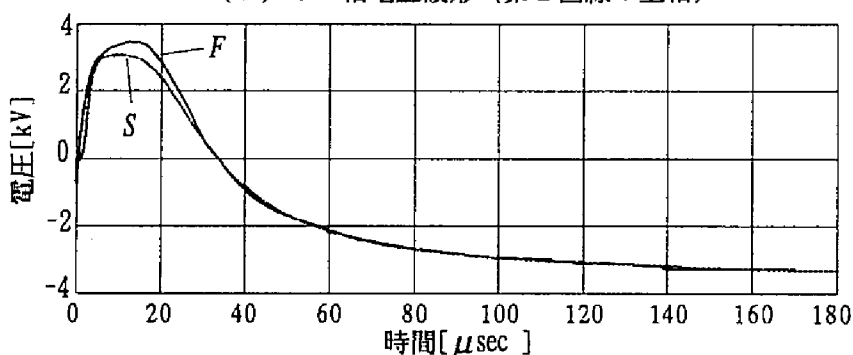
図 4.3.7 第一回線下相印加時の第一回線受電端の電圧波形

(2) 下相インパルス印加試験

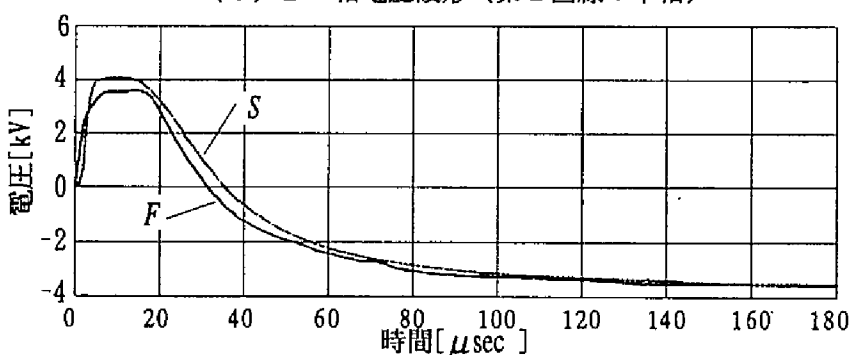
次に、第一回線C相（下相）に前記インパルスを印加した場合のR端各相の電圧波形を図4.3.7および4.3.8に示した。同図でA、BおよびC相の電圧スケールは180μsecにおけるC相の電圧が解析および測定結果に一致するものとして示した。また、B'、C'相ではB'相の160μsecの電圧が、A'相では160μsecでの同相電圧が



(a) C' 相電圧波形 (第2回線：上相)



(b) B' 相電圧波形 (第2回線：中相)



(c) A' 相電圧波形 (第2回線：下相)

F : 測定波形、 S : シミュレーション波形

図 4.3.8 第一回線下相印加時の第二回線受電端の電圧波形

解析および測定結果で一致するものとした。

このケースでは兩回線の上線 (A、C' 相) を除く各相の解析および測定波形は良く一致する。一方、上線の差異はやや大きい。以上二例の検討から、解析波形と測定波形は相当良く一致するが、細部になお差異の残る結果となっている。

しかし直流架空線の予備解析結果が示すように、端子条件、鉄塔構成、地上高、大

地導電率等は応答波形に大きく影響する。これらの適正な選定により更に線路モデルの精度を高めることが期待できる。

4. 4 周波数依存特性の近似精度と長時間解析の精度

この節では500kV級交流一回線線路(図3.3.2(b)、p.67)を取り上げ、相枠の周波数依存特性の近似周波数範囲および精度と長時間の解析に関する精度を検討する。

表4.4.1に近似周波数範囲および精度の異なるA、B、およびCの各モデルの近似諸元を示す。表からモデルAおよびBは近似誤差はおおむね同等であるが、モデルBはAに比べて近似周波数範囲が低周波数側で2ディケード広い。次にモデルCの近似周波数範囲はモデルBおよびCのそれらにくらべ、低周波数側で3および1ディケード広い。またモデルCの近似精度はモデルBおよびCの近似精度に比べて、相枠減衰特性で3-4倍、サージアドミタンスで5-10倍高い。

近似周波数範囲の拡大、近似精度の向上と共に近似に要する一次および二次の伝達関数の項数は増加し、計算時間は増大する。3.2.2節(p.48)で述べたように、本研究で採用した一次および二次の伝達関数の巡回形相乗積分には、それぞれ3および5個の乗算を要する。表4.4.1に各モデルの時間領域の数値解に要する乗算の総数および計算時間を示す。

モデルCの乗算総数および1ステップ当たりの計算時間はモデルAに比し3.4倍である。なお、いずれのモデルも近似誤差評価周波数下限以下の近似周波数特性は与えられた周波数依存特性の近似誤差評価下限周波数における実数値を近似する特性としている。

表4.4.1 近似モデルと近似誤差・乗算総数・計算時間
(計算時間：富士通S-4/20L、FORTRAN最適化レベル0)

近似モデル		A	B	C
近似誤差評価周波数範囲(Hz)		50-1M	0.5-100k	0.05-100k
平均近似誤差(%)	減衰特性	0.69	0.54	0.17
	サージアドミタンス	0.41	0.79	0.08
乗算総数		1972	2540	6654
計算時間/ステップ(msec)		1.67	2.27	5.68

次に、各モデルについて、図4.4.1のS1端子にステップ電圧を印加し、S1端子以外の端子を開放端とした時のR1、R2およびR3端子の電圧波形を図4.4.2および4.4.3に示す。図4.4.2は比較的短時間の解析結果を、また、図4.4.3は定常状態に至る比較的長時間の解析結果を示す。

図4.4.2から、第1波程度(2.5msec程度まで)の短時間の解析ではモデルA、BおよびCによる解析波形の差違は、いずれの端子においても小さい。しかし、数波以上に亘る解析ではモデルAとモデルBおよびC間の差違はR2およびR3端子で拡大し、第

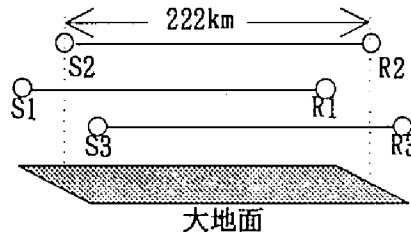


図 4.4.1 交流一回線線路の端子記号

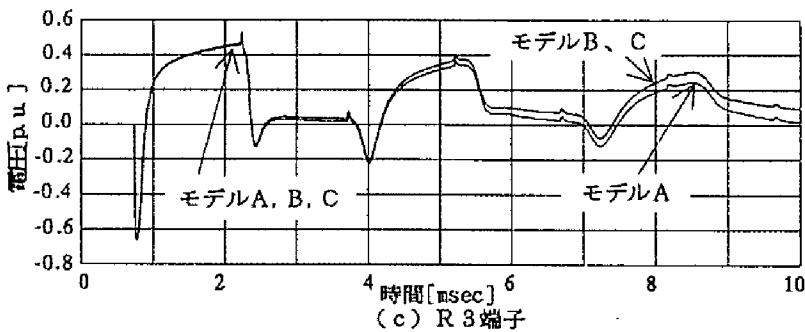
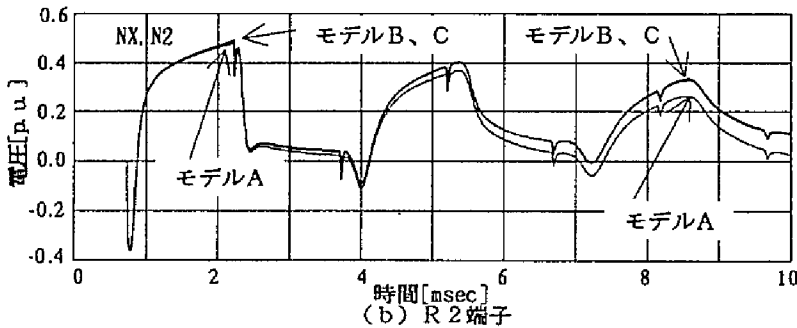
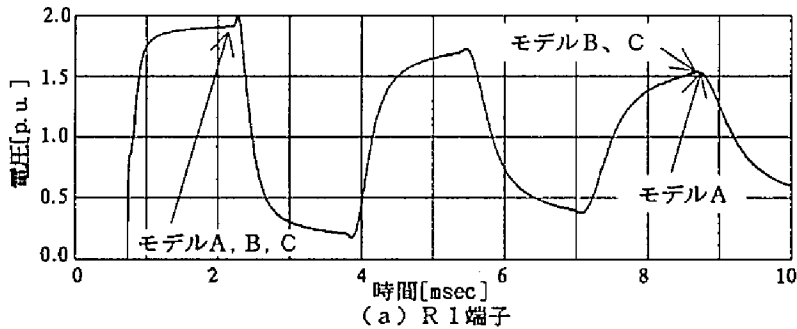


図 4.4.2 交流一回線線路のステップ応答波形 (A)

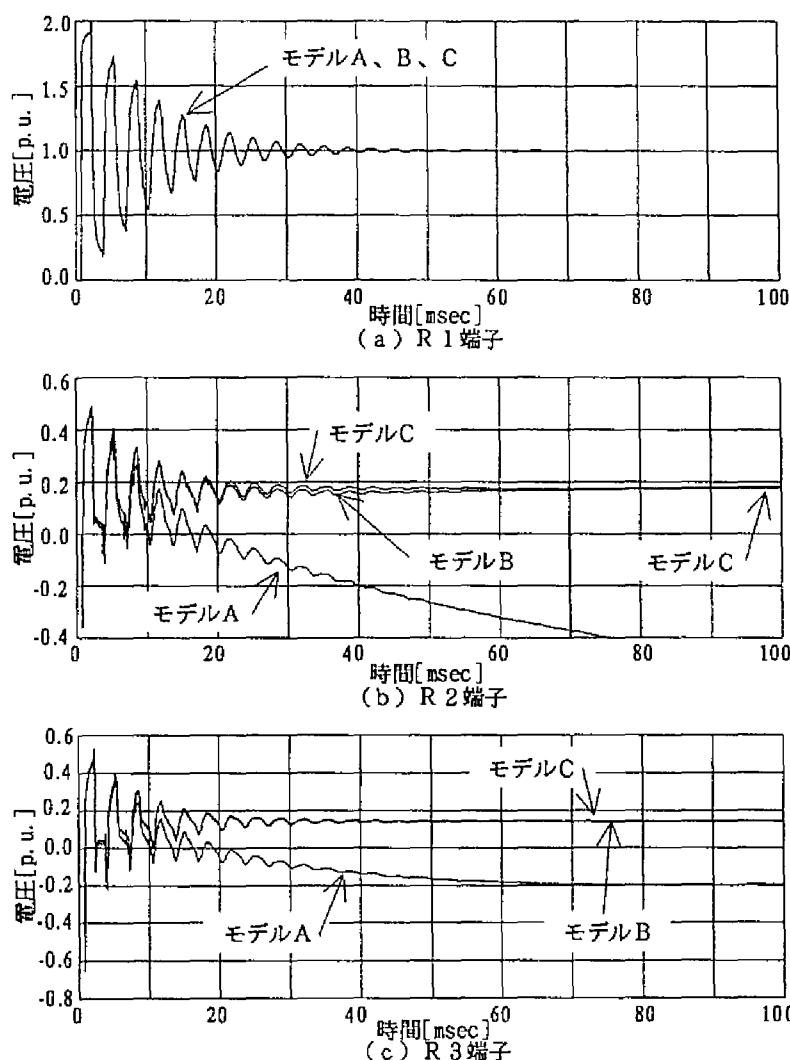


図 4.4.3 交流一回線線路のステップ応答波形 (B)

3 波以降ではモデルAの解析波形はモデルBおよびCのそれらと大きくかけ離れる (図4.4.3)。一方、モデルBの解析波形はモデルCの解析波形に近接する (図4.4.3)。このことは数波以上に亘る比較的長時間の解析には低周波域の周波数依存特性の近似とその精度が重要であることを示している。

次にモデルBおよびCによる解析波形を比較すると、モデルCによるR2およびR3端子の解析電圧値が60msec以降で定常状態 (それぞれ、0.175および0.145p.u.) に達し、静電分圧値 (それぞれ0.176および0.145p.u.) に良く近接するのに対し、モデルBによる前記端子の解析電圧はなお変動している。モデルCは、その近似周波数範

囲および近似精度からみてステップ応答における定常状態の形成過程を良く再現していると考えられることから、前記は線路のステップ応答における定常値が減衰特性およびサージアドミタンスの応答の拮抗により形成されること、従って長時間の解析を行うには低周波数域の近似精度が重要であることを示している。

なお、モデルAによる解析結果に見られるように、モデルの精度の不足は、解が本来の定常状態から大きく逸脱してドリフトを引き起こす。この原因は下図で物理系（線路）の数学モデル（表現方法）にあるのではなく、数値モデルを構成する際の近似

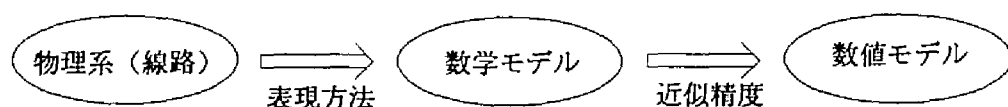


図 4.4.4 ドリフトの要因

精度にある。これが発生するか否かは、長時間の解析に関し、モデルの精度の指標として重要である。以下では、ステップ入力に対する長時間の応答に関し、モデルが定常状態に到達し、ドリフトを発生することなく、定常状態を維持するとき、このモデルは長時間の解析に対し安定と呼ぶ。

4. 5 結言

不平衡架空送電線路の過渡現象解析モデルとして、巡回形の相乗積分形による相表現の Bergeron モデルを構成した。この方法に関し以下が言える。

(1) 相表現の周波数依存特性は安定な低次の伝達関数により精度良く近似出来る。従って、

(2) 理論的な近似 ((a) 変換行列は因果律を満足する、(b) 変換行列の周波数依存性は小さく、従って変換行列は実定数で近似できる。) に依らない高精度の過渡現象解析モデルが構成できる。

(3) 定常値は各相の減衰特性およびサージアドミタンスの応答の拮抗により形成されるため、長時間の安定した解析を行うには低周波数域の近似精度が要求される。

次に、開発したモデルによるシミュレーション結果と現地測定結果との比較から、両者の波形は相当良く一致する。しかし、細部で若干の差異が残る。この要因として、導体地上高、大地導電率等の選定および線路定数の計算における端部効果の影響⁽⁴⁾が考えられる。前記(1)および(2)から、開発した方法の精度は高いから、これら要因の分析にも活用できる。

第 5 章

相枠 Bergeron モデルと従来の
モード枠 Bergeron モデルの比較

第5章 相枠 Bergeron モデルと従来のモード枠 Bergeron モデルの比較

5. 1 緒言

従来、ステップ応答に対する第1波程度の比較的短時間の解析について、変換行列系を含む周波数依存特性を厳密に取り入れた解析結果とこれを実定数で近似した解析結果の差違は小さいことが報告されている^(24-25, 33)。しかし、低周波数域での共振現象ならびに比較的長時間の解析については十分な検討がなされていない。

そこでこの章では、全ての周波数依存特性を厳密に取り入れ前章で開発した相枠の Bergeron モデルと、変換行列の周波数依存特性を実定数で近似して得られるモード減衰特性およびモードサージインピーダンスの周波数依存性を取り扱う従来のモード枠 Bergeron モデルを用いて、前記の比較的長時間の解析および共振現象の解析を行い、両モデルの差違を比較検討する。

なお、ここで用いたモード枠 Bergeron モデルは L. R. Marti により開発され、現在、EMTP の標準分布線路モデルとして電力系統の過渡現象解析に広く用いられているモデルである^(3, 19)。

ステップ応答および周波数応答の解析結果の比較から、線路構成および試験条件により、前述の両モデル間に相当の差違が発生することを示し、厳密モデルとしての相枠の Bergeron モデルの必要性を実証する。

5. 2 線路およびモデルの近似精度と解析内容

図 3.3.2 (b) (p. 67) に示した導体配置等の諸元を持ち、亘長 222km の 500kV 級一回線交流線路、図 4.2.7 (p. 96) に示した 500kV 級二回線交流線路（新豊根幹線）の導体配置等の諸元を持ち、線路亘長を 200km とする線路および図 2.5.1 (p. 31) で取り上げた 650kV 級中性線帰路方式双極二回線直流線路の導体配置等の諸元を持ち、線路亘長を 375km とする線路を取り上げ、ステップ応答および周波数応答について比較解析する。次に、比較に用いた相枠の Bergeron モデルの近似精度を表 5.2.1 に示す。従来のモード枠 Bergeron モデルの構成および計算には EMTP (DCG V1.1) を用い、近似精度の設定には EMTP の標準値を用いた。EMTP の近似誤差指標と近似誤差を付録 6 に示す。

なお、以下の記述で一回線および二回線線路の端子記号には図 5.2.1 および 5.2.2 に示す記号を用いる。また、PFM (Phase Frame Model) および CTM (Constant

Transformation Matrix Model) はそれぞれ、前述の相枠およびモード枠の Bergeron モデルによる解析結果であることを表す。なお、以下の解析における境界条件に関し、電源印加端以外の端子はすべて解放端である。

表5.2.1 相枠モデルの近似誤差
近似誤差評価周波数範囲: 0.001Hz-1MHz、()内: 0.01Hz-100kHz

線路種別		交流一回線	交流二回線	直流二回線
平均近似誤差E(%)	減衰特性	0.27(0.17)	1.57(0.30)	1.62(0.28)
	サージアドミタンス	0.075(0.078)	0.052(0.049)	0.056(0.055)

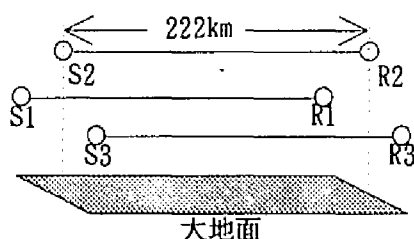
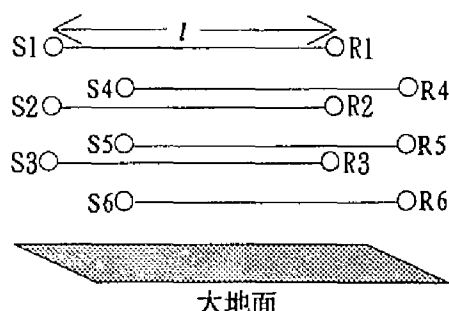


図5.2.1 交流一回線線路



大地面
l: 交流線路; 200km
直流線路; 375km

図5.2.2 二回線線路

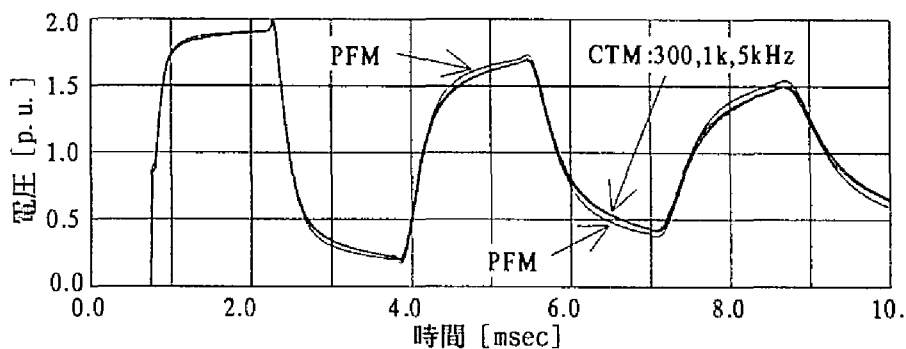
5. 3 ステップ応答の比較

5.3.1 交流一回線線路

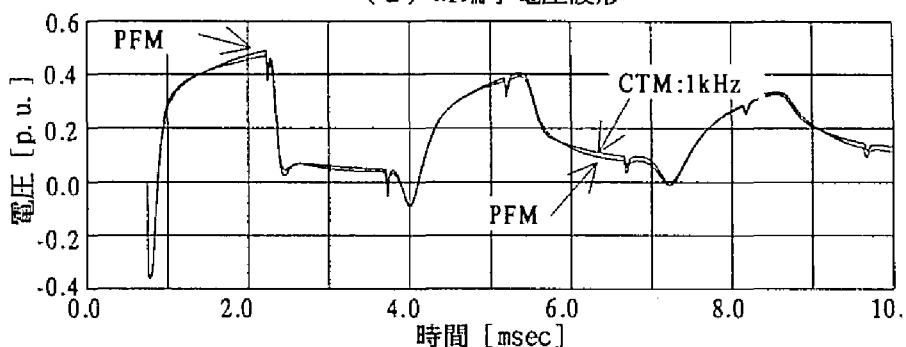
図5.3.1 (a)、(b) および (c) は図5.2.1のS1端子にステップ電圧を印加したときのR1、R2およびR3端子の電圧について、PFMおよびCTMによる解析波形を示す。時間刻み幅は $5\mu\text{sec}$ である。R1端子波形については、CTMにおける変換行列の実数化周波数300、1kおよび5kHzについて、また、他の端子については1kHzについて示した。

図(a)から、R1端子への到来第1波(4msec付近まで)のPFMと変換周波数1kHzにおけるCTMの最大値に対する差は2%以内である。また、被誘導端子R2およびR3における第1波の正負最大値の差は、それぞれ負側で1.4%および0.6%、正側で3.9%および3.2%である。R1端子では時間の経過に従って両者の差は拡大するが、第3波(7msec付近以降)の最大値の差は4%に留まる。

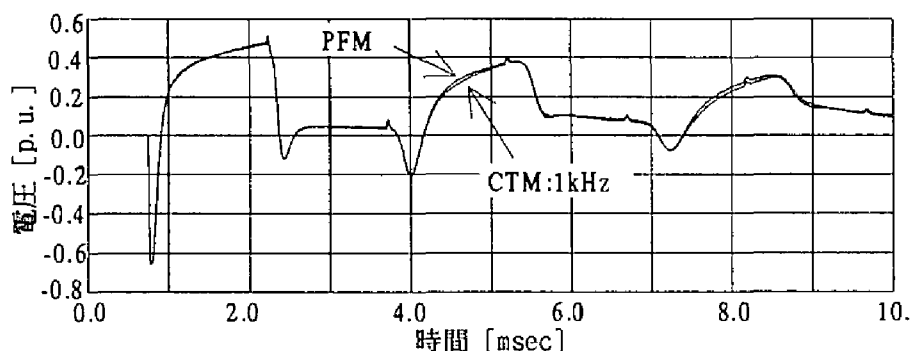
以上の解析からS1端子のステップ励振により発生する各端子の正負のピーク電圧に関する限り、PFMとCTM間の差は小さい。また、CTMにおける実数化周波数、300、1k



(a) R1端子電圧波形



(b) R2端子電圧波形

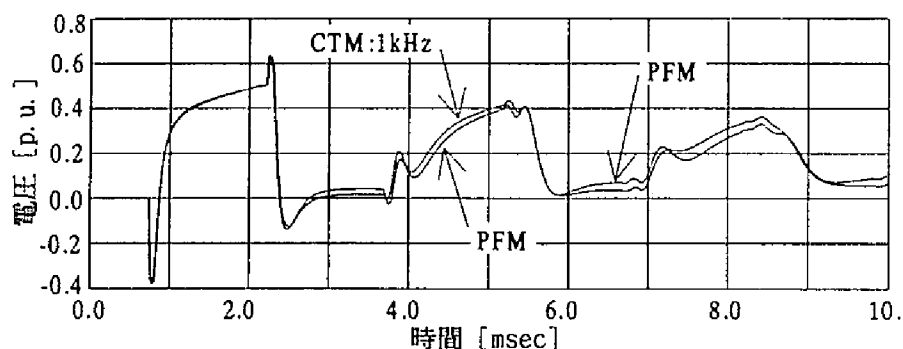


(c) R3端子電圧波形

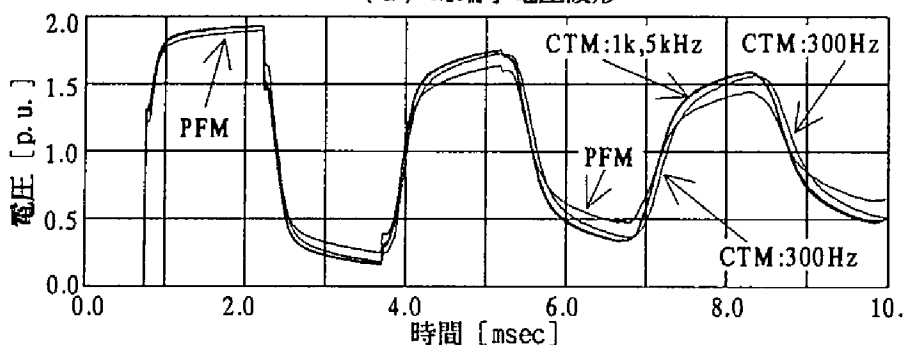
図 5.3.1 ステップ電圧応答波形 (S1 印加)

および5kHz間の差違は小さい。なお、振動の減衰の様相から、振動に関するダンピングはPFMに比しCTMでやや大きい。

次にS2端子にステップ電圧を印加したときのR1およびR2端子の電圧波形を図5.3.2に示す。導体配置の対称性からR1端子とR3端子の電圧波形は同一となるため省略した。被誘導相のR1端子電圧(図(a))について、第1波のPFMと変換行列の実数化周波数を1kHzとしたときのCTMの正負最大値に対する差違は1.1%および1.3%であるが、



(a) R1端子電圧波形



(b) R2端子電圧波形

図 5.3.2 ステップ電圧応答波形 (S2 印加)

第3波における最大値の差違は9.1%に達する。同様に図(b)に示すように、励振相のR2端子への到来第1波の最大値の差違は、実数化周波数1kHzの場合、3%であるが、第3波最大値の差違は10.4%に達する。また、振動に対するダンピングはPFMに比べてCTMで小さい。

次にCTMで実数化周波数を300Hzとすると、実数化周波数1kHzの場合に比べて第3波最大値の差違は8.3%に減少するが、最大値発生時間の差違は拡大する。また、実数化周波数1kHzと5kHzの差違は小さい。

以上の解析から、S2端子のステップ励振による各端子の応答電圧について、第1波の差違は小さいが時間の経過に従って相当の差違が発生する。また、PFMとCTMの差違の縮小について、この線路では、実数化周波数の選定による顕著な効果は期待できないと言える。

5.3.2 交流二回線線路

図5.3.3 (a)、(b)、(c) および (d) はそれぞれ、図5.2.2のS1端子にステップ電圧を印加したときの、R1、R2、R3およびR6端子の電圧を時間刻み $2\mu\text{sec}$ で解析した場合のPFMおよびCTMの波形を示す。

図5.3.3 (a) では、PFMと変換行列の実数化周波数300および1kHzにおけるCTMの差違は小さく、第1波(3msec程度まで)の最大過電圧倍数はPFMで1.97、実数化周波数1kHzにおけるCTMで1.98であり、その差違は0.5%程度である。また、第3波(6-9msec付近)におけるピーク電圧の差違は1%程度である。一方、実数化周波数5kHzのCTMでは時間の経過とともにその差違はやや拡大する。

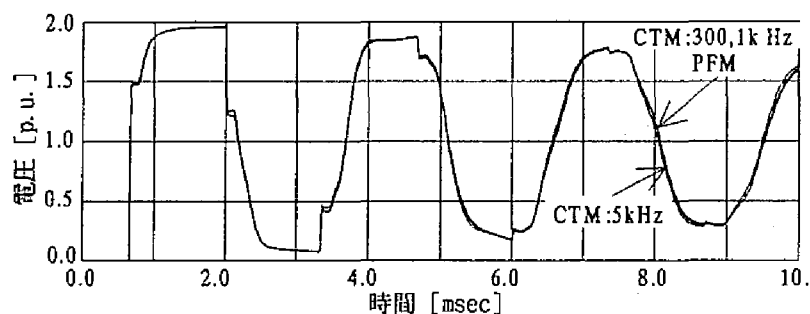
次に、被誘導相についての図(b)、(c) および (d) における第1波ピーク電圧の実数化周波数1kHzのCTMとPFMの差違は、R2、R3およびR6端子でそれぞれ2.7%、3.1%および2.7%である。また第1波以降の差違も同程度となる。

以上より、S1端子のステップ励振に関する限り、変換行列の実数化周波数を1kHzとしたCTMとPFMのピーク電圧の差違は小さい。しかし、図(c) および (d) の1.6msec付近の差違が示すように(6.2%および7.2%)、被誘導相については相当の差違が発生する。

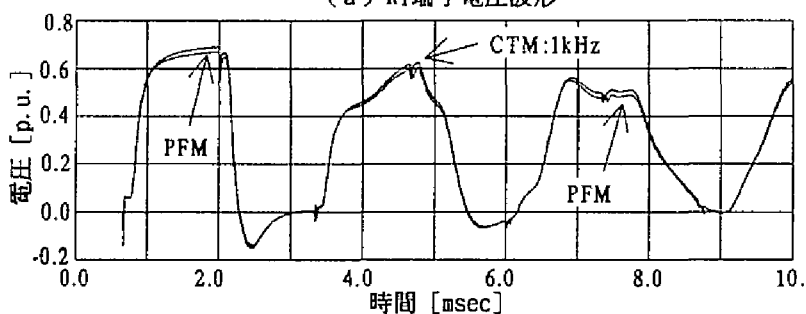
次に、図5.3.4にS3端子にステップ電圧を印加したときのR端各端子の電圧波形を示す。図(c)に示す励振相ピーク電圧の実数化周波数1kHzのCTMとPFMの差違は第1波で1.4%であるが、第3波では3.4%に拡大する。

被誘導相では、第1波の正側ピーク電圧の差違はR1、R2およびR3端子でそれぞれ、4.7、3.2および0.3%であり、後続するピーク電圧の差違も同程度であるが、図(a)、(b)の凹部では相当の差違が観測される。

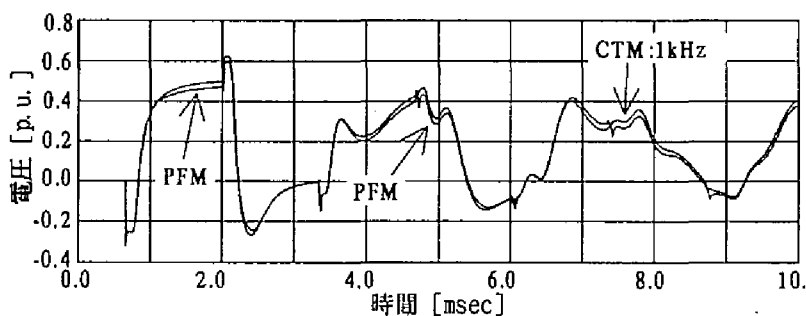
なお、変換行列の実数化周波数300、1kおよび5kHzに対するCTMの差違は小さい(図5.3.4(c))。



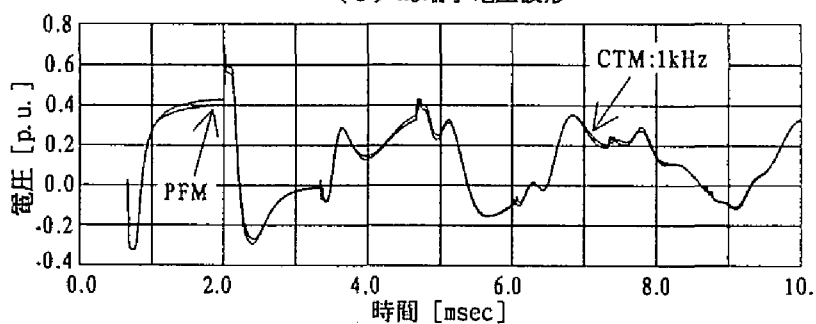
(a) R1端子電圧波形



(b) R2端子電圧波形

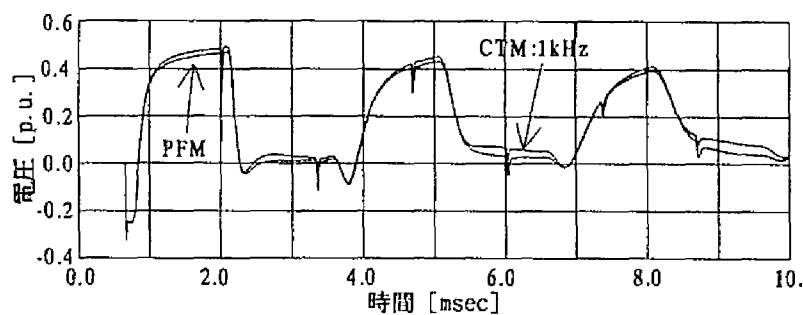


(c) R3端子電圧波形

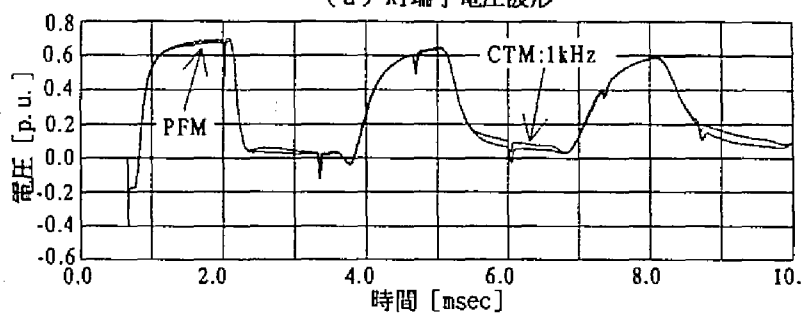


(d) R6端子電圧波形

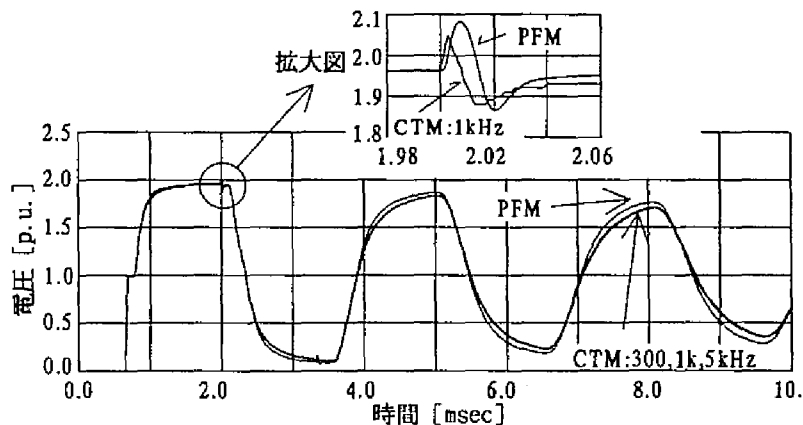
図 5.3.3 ステップ電圧応答波形 (S1 印加)



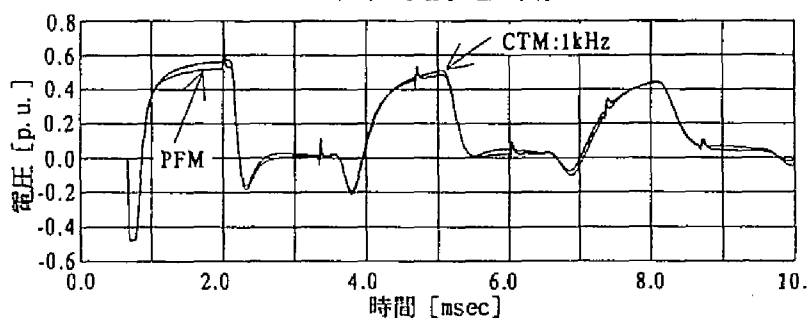
(a) R1端子電圧波形



(b) R2端子電圧波形



(c) R3端子電圧波形



(d) R6端子電圧波形

図 5.3.4 ステップ電圧応答波形 (S3印加)

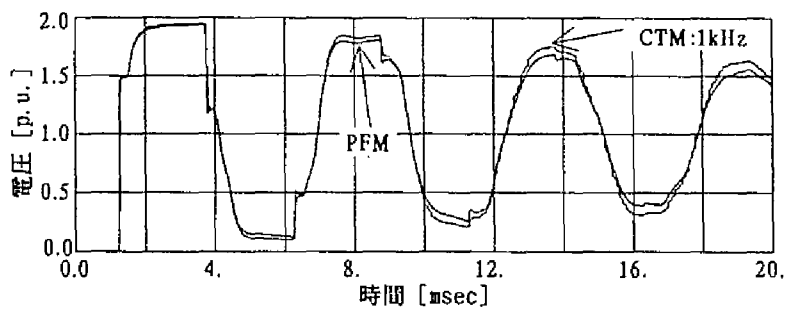
5.3.3 中性線帰路方式双極二回線直流線路

CTMにおける変換行列の実数化周波数を1kHzとし、図5.2.2のS1端子に単位ステップ電圧を印加したときのPFMおよびCTMによる電圧解析波形を図5.3.5に示す。時間刻みは $2\mu\text{sec}$ である。

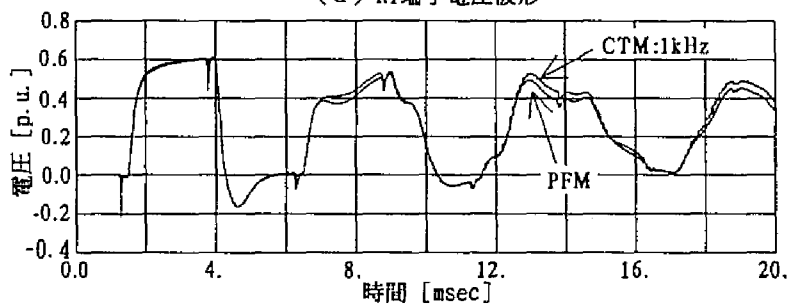
励振相受電端(R1端子)についての同図(a)の第1波ピーク電圧はPFMで1.95、CTMで1.99であり、その差違は2.1%であるが、第3波では3.6%に拡大する。次に、図(b)、(c)および(d)にそれぞれ被誘導相、R2、R3およびR6端子の電圧波形を示す。第1波正側ピーク電圧の差違はR2、R3およびR6端子でそれぞれ、0.3、1.7および9.8%である。R6端子(中性線)での差違がやや大きい。次に、第3波におけるピーク電圧の差違はR2、R3およびR6端子でそれぞれ、6.5、6.7および5.3%であり、R2およびR3端子の差違は時間の経過とともに拡大する。

次に、S2端子に単位ステップ電圧を印加したときの、受電端電圧波形を図5.3.6に示す。励振相(図(b))の第1波最大値は2.01であり、PFMとCTMで一致する。また、第3波の差違は1.2%と小さい。次に被誘導相R1、R3およびR6端子の第1波正側ピーク電圧の差違はそれぞれ1.5、1.5および8.5%であり、S1端子励振の場合と同様、中性線の差違がやや大きい。また、第3波における差違は第1波の差違と同程度である。

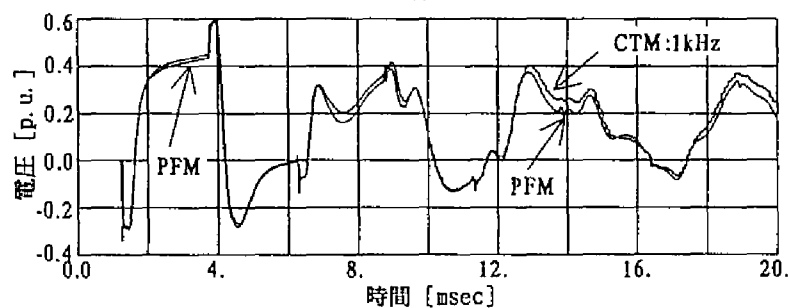
以上に述べた線路構造の異なる3種類のいずれの線路についても、PFMおよびCTMによる解析結果には相当の差違があり、その差違は時間の経過とともに拡大する傾向のあることが明らかになった。表5.2.1(p.120)および付録6(p.171)に示したように、PFMおよびCTMそれぞれの周波数依存特性に対する近似精度は十分高い。従って、PFMおよびCTMによる上述の差違は、両モデルの線路の表現方法に起因すると考てよい。即ち、PFMが線路の持つすべての周波数依存特性を高精度で表現できるのに対し、CTMは特定周波数における複素変換行列を実定数行列で近似した後、これを用いて周波数依存特性を算定するため、線路の高精度の表現が困難となるからである。また、時間の経過とともに、両モデルによる解析波形の差違が拡大するのは、前記によるCTMの誤差が累積するためと考えられる。



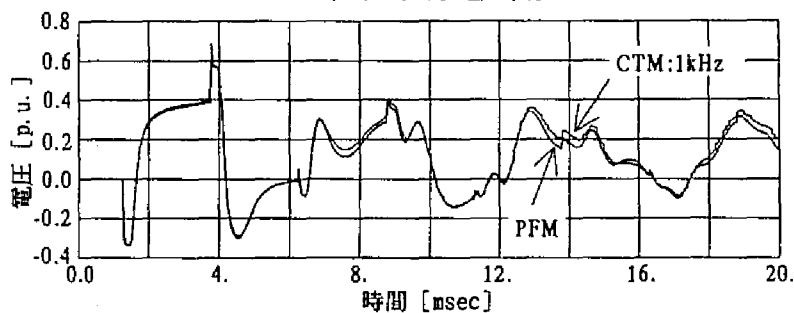
(a) R1端子電圧波形



(b) R2端子電圧波形

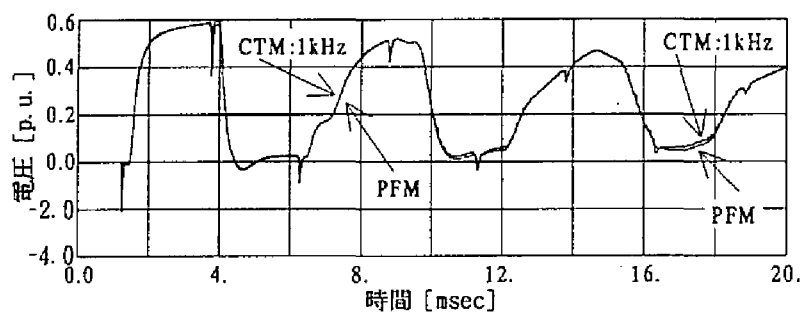


(c) R3端子電圧波形

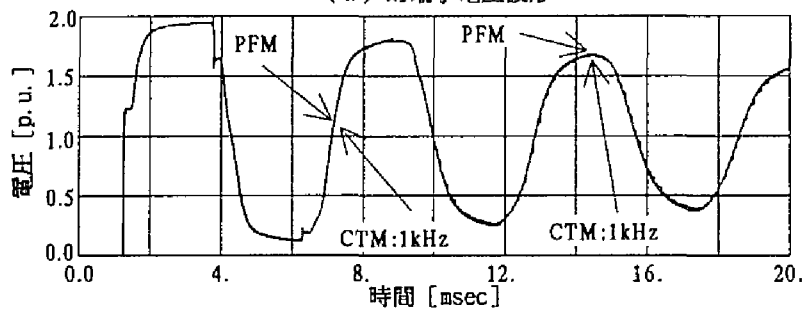


(d) R6端子電圧波形

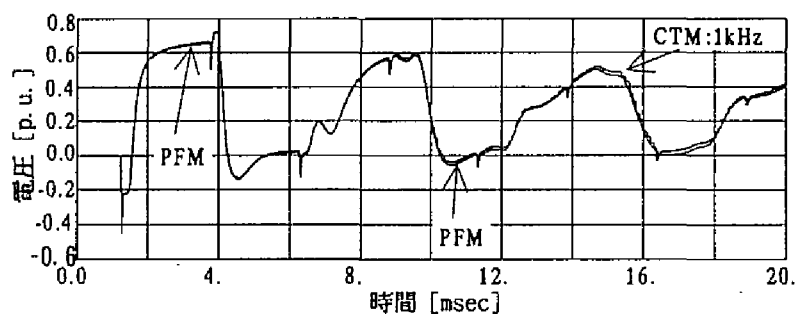
図 5.3.5 ステップ電圧応答波形 (SI 印加)



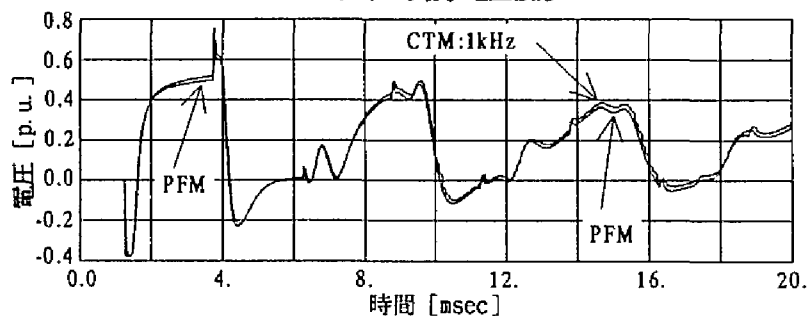
(a) R1端子電圧波形



(b) R2端子電圧波形



(c) R3端子電圧波形



(d) R6端子電圧波形

図 5.3.6 ステップ電圧応答波形 (S2印加)

5. 4 周波数応答の比較

前節の解析でステップ応答の初期の両モデルの差が小さいことから、第1共振周波数の前後を含む比較的低周波の応答を検討した。また、周波数応答の解析にはPFMおよびCTMによる過渡現象解析モデルを用い、前記線路の一端に正弦波電圧を印加して、各端子の電圧が定常状態に達した時の応答を印加周波数における周波数応答とした。

5.4.1 交流一回線線路

図5.4.1はS1端子に正弦波電圧を印加した場合のR端の前記周波数応答について、3.4.1節(p.75)で述べた周波数解に対する絶対値誤差を示す。

PFMの絶対値誤差が全計算点で0.7%以下であるのに対し、実数化周波数1kHzにおけるCTMでは10%を越える計算点が存在する。特に第1共振周波数297HzでのCTMの絶対値誤差は励振相について12%、誘導相について12.6および11.1%に達する。

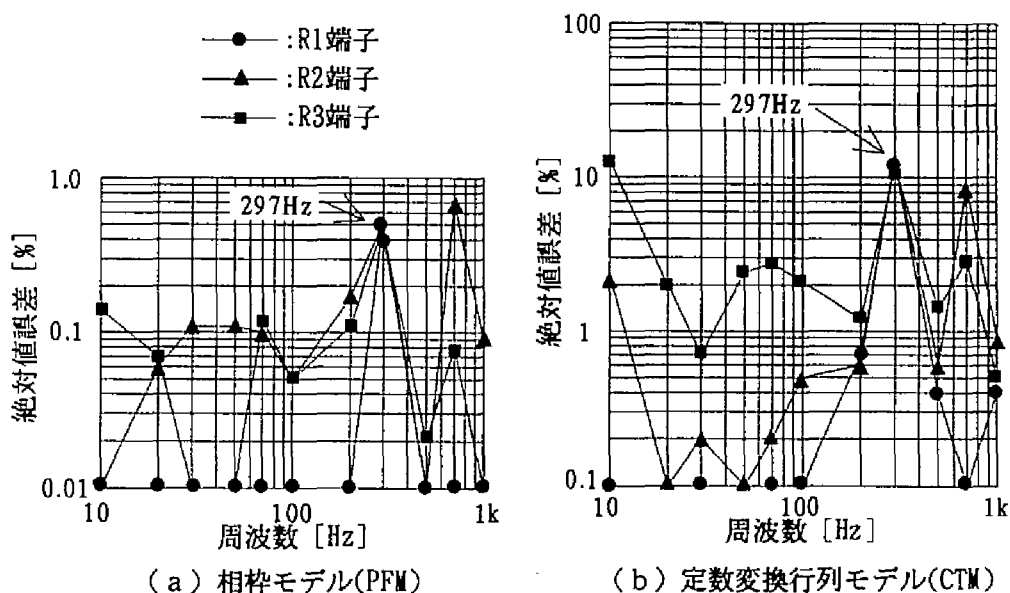


図 5.4.1 周波数応答における端子電圧の誤差 (S1 印加)

次に、S2 端子に正弦波電圧を印加した場合の R 端の前記誤差を図 5.4.2 に示す。

PFM の絶対値誤差は全計算点で 0.2% 以下であり、小さい。一方、CTM の絶対値誤差は第 1 共振周波数 310Hz で、励振相について 42.6%、誘導相について 41.7% であり、相当大きい。なお、共振周波数は周波数解、PFM および実数化周波数 1k および

5kHzにおけるCTMで良く一致するが、実数化周波数300HzにおけるCTMの共振周波数はS2印加のとき308Hzとなり、やや低周波数側にシフトする。

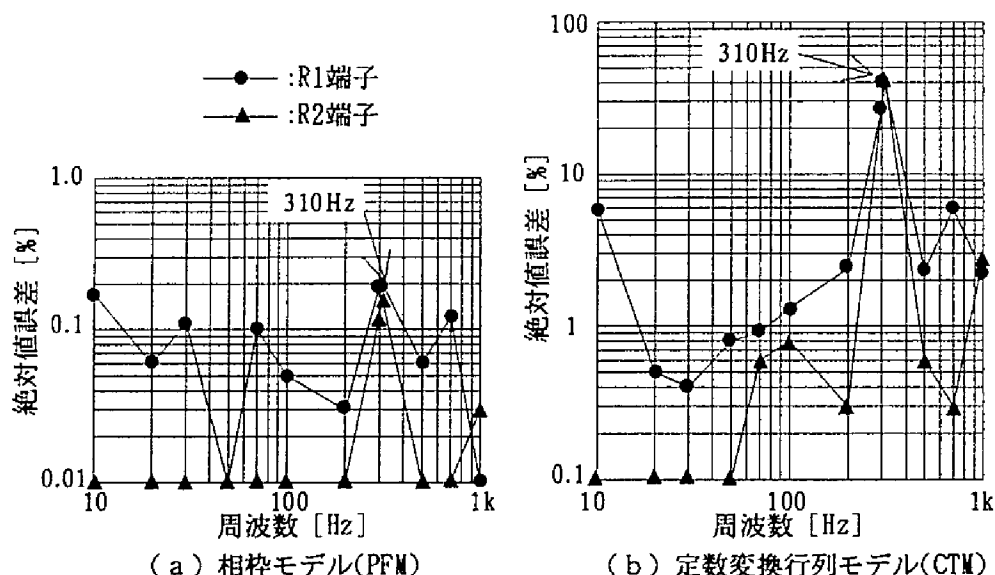


図 5.4.2 周波数応答における端子電圧の誤差 (S2 印加)

5.4.2 交流二回線線路

図 5.4.3 は S1 端子を励振したときの各端子電圧の周波数解に対する PFM と変換行列の実数化周波数 1kHz における CTM の絶対値誤差を示す。

図 (a) に示すように、PFM の絶対値誤差は全計算点で 1.3% 以下である。一方、図 (b) で、CTM の誤差は励振相 (R1 端子) を除き、PFM に比しおおむね 1 桁大きい、第一共振周波数付近 (340Hz) における励振相の絶対値誤差は 3.1% に留まる。

次に図 5.4.4 に S3 端子を励振したときの絶対値誤差を示す。CTM における変換行列の実数化周波数は前記と同じである。PFM の絶対値誤差が全計算点で 0.4% 以下であるのに対し (図 (b))、CTM では 10% を越える計算点が存在する。特に第 1 共振周波数 317Hz での CTM の絶対値誤差は励振相について 18%、被誘導相について 12 から 16% となり相当の誤差が発生する。

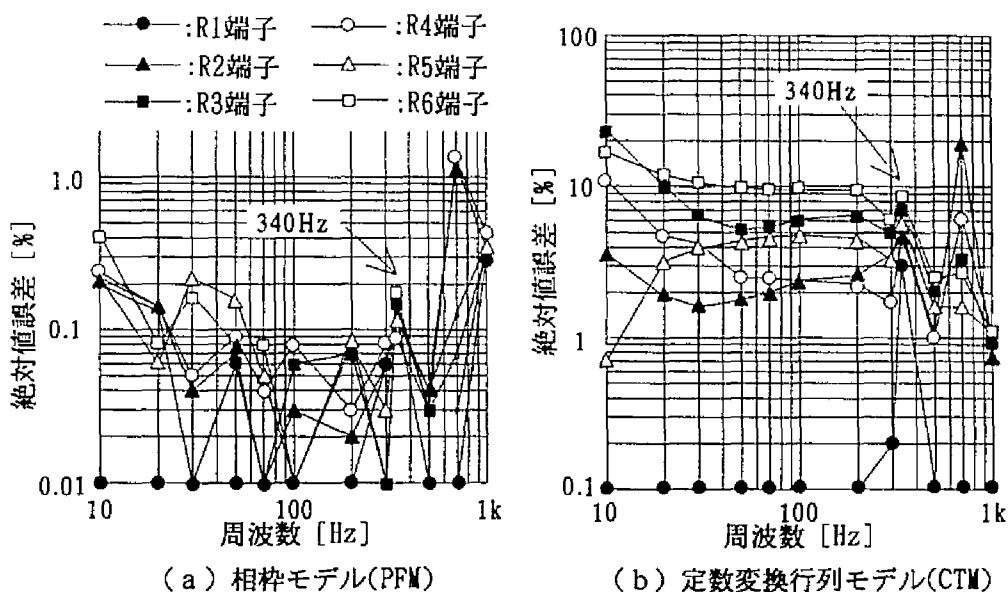


図 5.4.3 周波数応答における端子電圧の誤差 (S1 印加)

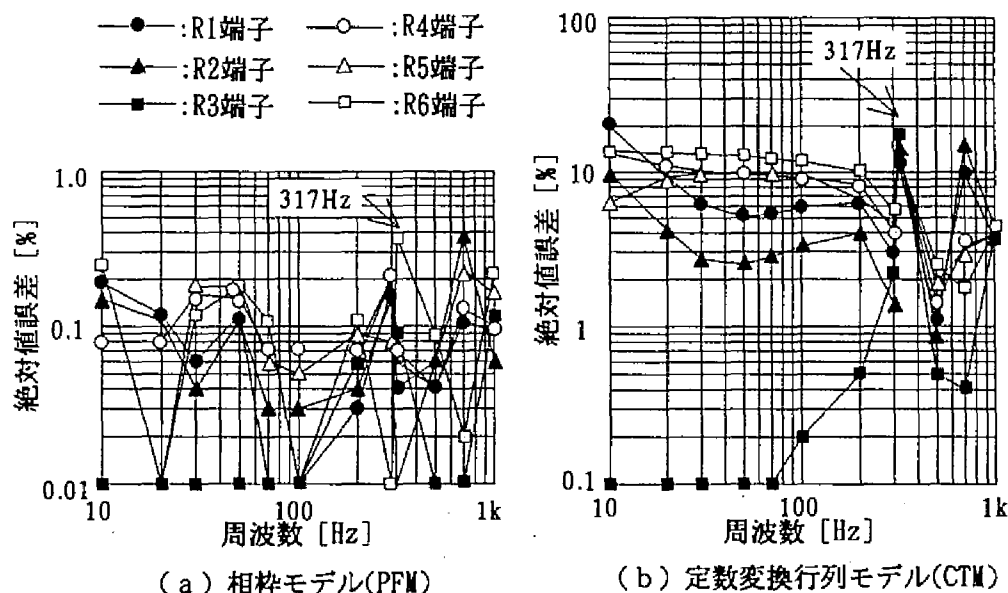


図 5.4.4 周波数応答における端子電圧の誤差 (S3 印加)

5.4.3 中性線帰路方式双極二回線直流線路

図 5.4.5 に S1 端子を励振したときの各端子電圧のフーリエ解に対する PFM と CTM の絶対値誤差を示す。図 (a) に示すように、PFM の絶対値誤差は全計算点で 0.8% 以

下であり、小さい。一方、図 (b) で、第一共振周波数 (182Hz) における CTM の誤差は R1 (励振相)、R2、R3 および R6 端子でそれぞれ 23.7、25、27 および 27% であり相当大きい。一方、S2 端子を励振したときの絶対値誤差 (図 5.4.6) は PFM については前記と同程度であるが、第 1 共振周波数 175Hz での CTM の絶対値誤差は最大で 4.5% (R2 端子) に留まる。

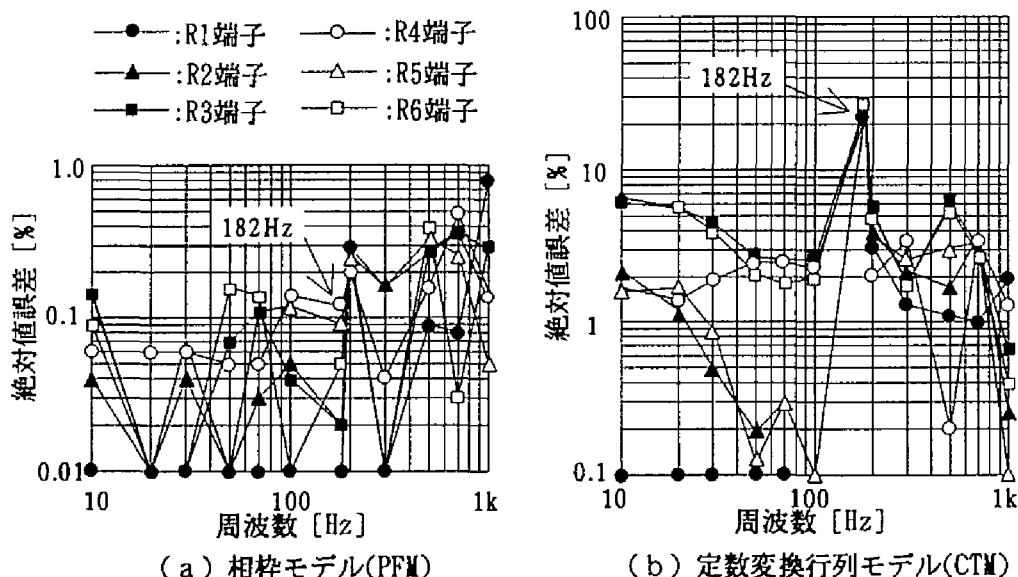


図 5.4.5 周波数応答における端子電圧の誤差 (S1 印加)

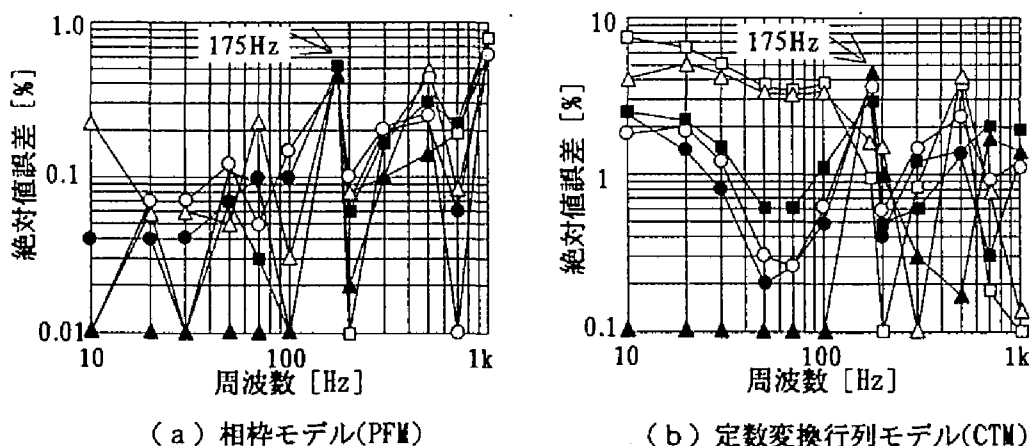


図 5.4.6 周波数応答における端子電圧の誤差 (S2 印加)

5. 5 演算処理量の比較

本研究で開発しPFMによる解析に用いたプログラムと、CTMによる解析に用いた既存のEMTP (DCG V1.1) は必ずしもプログラム構造が同一ではない。このことより、両者の計算時間を直接比較することは妥当ではない。従って、ここでは両者の演算処理量を比較する。

CTMおよびPFMにおける周波数依存特性を表現するために必要な要素の数を表5.5.1に示す。ここで線路の相数は N とする。

表 5.5.1 モデルの種類と周波数依存特性を表現すべき要素数

モデルの種類	要素数		
	サージアドミタンス	減衰特性	合計
CTM	$2N$	$2N$	$4N$
PFM	$2N^2$	$2N^2$	$4N^2$

回線間の対称性が満足される二回線線路には2回路モデルが適用でき、このとき、周波数依存特性を表現すべき要素数は表5.5.1の2倍となる。CTMの要素数に比べて、PFMの要素数は三相一回線および回線間の対称性が満足される三相二回線線路で3倍となる。また、相枠サージアドミタンスおよび減衰特性がそれぞれモード枠サージアドミタンスおよび減衰特性の荷重和となることから、PFMの各要素の近似に要する項数はCTMの3倍を越えて大となることが予想される。

表5.5.2 (a)、(b) および (c) に、CTMと本研究のPFMについて、5.3節および5.4節で用いた交流一回線、交流および直流二回線線路の近似項数と数値解法に要する乗算の総数を示している。

PFMの乗算数はCTMに比べ、交流一回線、交流二回線および直流二回線路で、それぞれ12、15および14倍となる。

一方、この章で用いたPFMの近似精度は、いずれの線路についても、4.4節の表4.4.1 (p.115) に示す近似モデルCに相当する。4.4節の議論から、ステップ応答数波の解析には同表の近似モデルB程度の近似精度で十分である。これらを考慮するとPFMの乗算数は現状のCTM (EMTP、DCG V1.1) に比し、一回線線路で5-12倍、二回線線路で6-15倍程度となる。計算時間の比は、おおむね乗算数に比例するから、前記と同程度となる。

表 5.5.2 (a) 交流一回線線路の項数
近似周波数範囲：0.01-1M Hz

モデル種別	一次項数	二次項数	乗算総数
CTM	192	-	576
PFM	788	858	6654

表 5.5.2 (b) 交流二回線線路の項数
近似周波数範囲：0.01-1M Hz

モデル種別	一次項数	二次項数	乗算総数
CTM	264	-	792
PFM	1494	1484	11902

表 5.5.2 (c) 直流二回線線路の項数
近似周波数範囲：0.01-1M Hz

モデル種別	一次項数	二次項数	乗算総数
CTM	286	-	858
PFM	1432	1540	11996

5. 6 結言

以上を総合して以下が言える。

- (1) 励振相受電端の第1波ピーク電圧のPFMとCTMの差違は3%程度以下であり、
- (2) 被誘導相受電端の第1波ピーク電圧のPFMとCTMの差違は交流線路で5%程度以下、直流線路の中性線で10%程度以下である。

(1) から、電源投入により発生する一過性の過電圧解析に与えるPFMとCTMの差違は小さい。また、1線地絡等の一過性の誘導性過電圧解析についても、誘導電圧が高々0.7程度であること、また、定性的にはこれが故障前の電圧に重畳することを考慮すれば、(2) から、PFMとCTMの過電圧倍数に対する差違は高々5%程度以下になると考えられる。

前記は変換行列の実数化周波数の選定が適切であることが前提である。

一方、長時間の解析については、明らかにPFMとCTMの差違は拡大し、特に低周波域の共振について、CTMはフーリエ解との誤差で、一回線交流線路で40%、二回線交流線路で20%、中性線帰路方式双極二回線直流線路で30%程度となっている。このことから、多重故障、共振現象および制御を含む比較的長時間の解析には、PFMが必要となる。

なお、PFMの計算時間は従来のCTMの5-15倍程度となることが明らかになった。これについての改善が必要であるが、これについては次章で取り扱う。

第 6 章

過渡現象解析効率の改善

第6章 過渡現象解析効率の改善

6.1 緒言

変換行列の周波数依存特性を表現した相枠 Bergeron モデルは、現在広く普及している実定数変換行列を用いるモード枠 Bergeron モデルに比べて、周波数依存特性を表現すべき要素数が多いため大幅な計算時間の増加となり、これを改善する必要がある。

従来、線路過渡現象の解析に要する計算時間の短縮方法として、過渡から準定常状態に至る解析区間を分割し、過渡区間のきざみ幅に比し、準定常区間のそれを大とする、いわゆる可変ステップ法がある⁽³⁾。しかし、この方法では、全解析区間に対する状態の遷移が既知である必要がある。

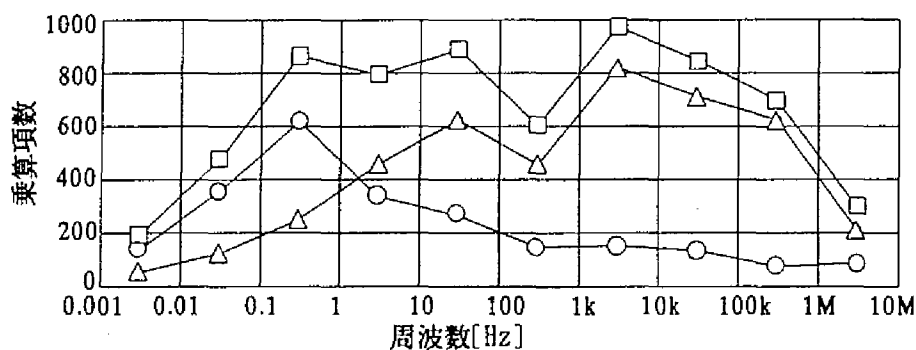
この章では送電線路の応答を幾つかの遅速レベルでグループ化し、各グループに適正なきざみ幅を適用して計算時間を短縮する方法（マルチステップ）⁽³²⁾ について述べる。この方法によれば前記状態の遷移が既知である必要はない。

6.2 数値解法における乗算の分布と応答の遅速によるグループ化

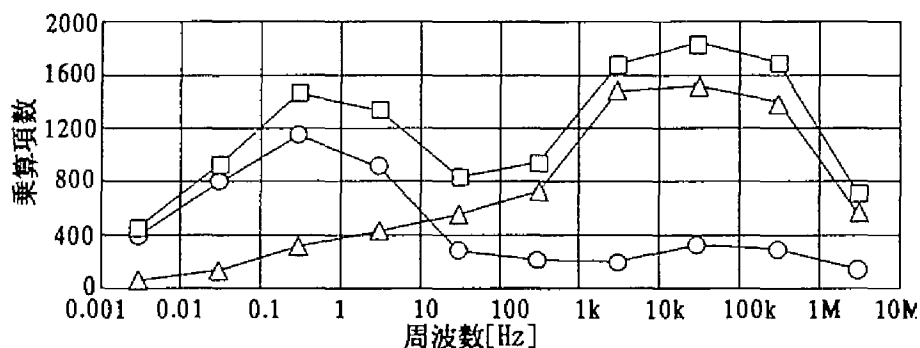
一次および二次の伝達関数に関し、時間領域の応答の数値解法で用いられる時間刻み（ステップ幅）はそれぞれ、折点周波数および固有周波数を基に決定される。そこで、前記伝達関数の数値計算に要する乗算の周波数分布を折点周波数または固有周波数を用いて表す。

前章で取り上げた交流一回線および二回線線路について、相枠および回路枠モデルの数値解法における乗算とその発生周波数帯の関係を図6.2.1に示す。ここで、乗算数は各ディケードでの積算値である。交流一回線（図6.2.1(a)）および二回線線路（図6.2.1(b)）ともに、サージアドミタンスと減衰特性の乗算数の分布（折点周波数および固有周波数の分布に対応）は、その分布ピークの周波数帯域を異にしており、また、発生帯域は広範である。図6.2.1(a) および (b) はそれぞれ線路長222および200kmの場合であるが、サージアドミタンスの特性はその構成（(2.3.32) 式、p.21）から線路長に依存しない。

ここで、数値計算における低い周波数帯域の成分のステップ幅を高い周波数帯域のそれより大きく取り、計算時間を短縮することを考える。時間領域の数値解法に関し、応答の遅い項（時定数が大、または固有周波数が小なる項）は速い項（時定数が小、ま



(a) 一回線線路



(b) 二回線線路

—○—: サージアドミタンス、—△—: 減衰特性、—□—: 合計

図 6.2.1 乗算の周波数分布 (A)

たは固有周波数が大なる項)に比べてステップ幅を大きく取って良い。そこで、周波数依存特性の近似結果として得られた伝達関数群の応答を遅速2群に分割し、各群に異なるステップ幅を適用することを検討する。

今、高速応答群のステップ幅を h_f と置き、低速応答群のステップ幅 h_s を高速応答群の q 倍に取り、対応する時間刻み周波数をそれぞれ $\omega_f = 2\pi / h_f$ 、 $\omega_s = 2\pi / h_s$ と置く。ここで、高速応答群のステップ幅は解析で考慮すべき最大周波数から決まる。また、低速応答群の時間刻み周波数に対し、低速群に分類する一次および二次の伝達関数群の最大周波数 ω_1 および ω_2 は、3.2.16式 (p. 52) で示したエネルギー捕捉率を大とする為、 ω_s / ω_1 および ω_s / ω_2 が十分大きくなるように定める。乗算の周波数分布の例と前記の各周波数の関係を図 6.2.2 に示す。

一次および二次の伝達関数に関する乗算の周波数分布をそれぞれ $M_1(\omega)$ および

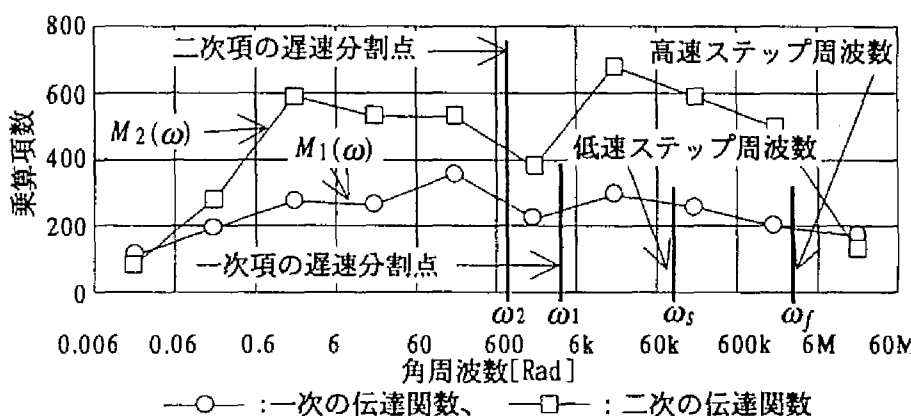


図 6.2.2 乗算の周波数分布 (B)

$M_2(\omega)$ と置く。このとき、高速群のステップ幅を両群に適用したときの q ステップに要する計算量を T_u 、両群に異なるステップ幅を適用したときのそれを T_m とおけば、次式が成り立つ。

$$\left. \begin{aligned}
 T_u &= T_{us} + T_{uf} \\
 &= q \left\{ \sum_{\omega=0}^{\omega=\omega_1} M_1(\omega) + \sum_{\omega=0}^{\omega=\omega_2} M_2(\omega) \right\} + q \left\{ \sum_{\omega=\omega_1}^{\omega=\infty} M_1(\omega) + \sum_{\omega=\omega_2}^{\omega=\infty} M_2(\omega) \right\} \\
 T_m &= T_{ms} + T_{mf} \\
 &= \left\{ \sum_{\omega=0}^{\omega=\omega_1} M_1(\omega) + \sum_{\omega=0}^{\omega=\omega_2} M_2(\omega) \right\} + q \left\{ \sum_{\omega=\omega_1}^{\omega=\infty} M_1(\omega) + \sum_{\omega=\omega_2}^{\omega=\infty} M_2(\omega) \right\}
 \end{aligned} \right\} \quad (6.2.1)$$

上式より、両群に異なるステップ幅を適用したときの低速応答群の計算量 T_{ms} は両群に高速群のステップ幅を適用したときの低速応答群の計算量 T_{us} の $1/q$ となり、計算時間が短縮できる。

6.3 マルチステップを適用した相枠の Bergeron 等価回路の構成

相減衰特性および相サージアドミタンスの応答を遅速2群に分け、それぞれの群に別個のステップ幅を用いる相枠の一般 Bergeron 等価回路を導く。

ここで、図2.3.8 (p.22) で示した各部の電圧、電流および各周波数依存特性の応答に関する表記は第4章、4.2.3節の(1) (p.102) に準じ、周波数依存特性の応答の遅速に関する表記は肩字 s (遅い応答)および f (速い応答)を付して区分する。また、応答の遅い群のステップ幅を速い群の q 倍に取り、速い群のステップ系列を n_f 、遅い群のそれを n_s と置く。

今、ステップ系列 n_f が n_s の整数倍でない時、遅い群の応答はステップ系列 n_s の直近の値を取るものとする、 j 端について以下の式が成り立つ。

j 端入来電圧ベクトル V'_{pj,n_f} の第 m 要素（相減衰特性出力）：

$n_f = q \cdot n_s$ のとき、

$$v'_{pj,m,n_f} = \sum_l k_{ca,ml} \cdot v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}} + \sum_l \sum_{k_{f1}} \phi_{a,ml,k_{f1},n_f}^f + \sum_l \sum_{k_{f2}} \phi_{a,ml,k_{f2},n_f}^f + \sum_l \sum_{k_{s1}} \phi_{a,ml,k_{s1},n_s}^s + \sum_l \sum_{k_{s2}} \phi_{a,ml,k_{s2},n_s}^s \quad (6.3.1a)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{a,ml,k_{f1},n_f}^f &= \alpha_{a,ml,k_{f1}}^f \phi_{a,ml,k_{f1},n_f-1}^f \\ &\quad + \lambda_{a,ml,k_{f1}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}} + \mu_{a,ml,k_{f1}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}-1} \\ \phi_{a,ml,k_{f2},n_f}^f &= \alpha_{1a,ml,k_{f2}}^f \phi_{a,ml,k_{f2},n_f-1}^f + \alpha_{2a,ml,k_{f2}}^f \phi_{a,ml,k_{f2},n_f-2}^f \\ &\quad + \beta_{0a,ml,k_{f2}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}} + \beta_{1a,ml,k_{f2}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}-1} \\ &\quad + \beta_{2a,ml,k_{f2}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}-2} \end{aligned} \right\} \quad (6.3.1b)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{a,ml,k_{s1},n_s}^s &= \alpha_{a,ml,k_{s1}}^s \phi_{a,ml,k_{s1},n_s-1}^s \\ &\quad + \lambda_{a,ml,k_{s1}}^s v''_{pk,l,n_s-n_{s\tau ml}} + \mu_{a,ml,k_{s1}}^s v''_{pk,l,n_s-n_{s\tau ml}-1} \\ \phi_{a,ml,k_{s2},n_s}^s &= \alpha_{1a,ml,k_{s2}}^s \phi_{a,ml,k_{s2},n_s-1}^s + \alpha_{2a,ml,k_{s2}}^s \phi_{a,ml,k_{s2},n_s-2}^s \\ &\quad + \beta_{0a,ml,k_{s2}}^s v''_{pk,l,n_s-n_{s\tau ml}} + \beta_{1a,ml,k_{s2}}^s v''_{pk,l,n_s-n_{s\tau ml}-1} \\ &\quad + \beta_{2a,ml,k_{s2}}^s v''_{pk,l,n_s-n_{s\tau ml}-2} \end{aligned} \right\} \quad (6.3.1c)$$

ここで、 $n_{f\tau ml} = \tau_{pml} / h_f$, $n_{s\tau ml} = \tau_{pml} / h_s$ 、 h_s はそれぞれ遅速の両ステップ幅である。

$n_f \neq q \cdot n_s$ のとき、

$$v'_{pj,m,n_f} = \sum_l k_{ca,ml} \cdot v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}} + \sum_l \sum_{k_{f1}} \phi_{a,ml,k_{f1},n_f}^f + \sum_l \sum_{k_{f2}} \phi_{a,ml,k_{f2},n_f}^f + h_{a,m,n_s-1}^s \quad (6.3.2a)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{a,ml,k_{f1},n_f}^f &= \alpha_{a,ml,k_{f1}}^f \phi_{a,ml,k_{f1},n_f-1}^f \\ &\quad + \lambda_{a,ml,k_{f1}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}} + \mu_{a,ml,k_{f1}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}-1} \\ \phi_{a,ml,k_{f2},n_f}^f &= \alpha_{1a,ml,k_{f2}}^f \phi_{a,ml,k_{f2},n_f-1}^f + \alpha_{2a,ml,k_{f2}}^f \phi_{a,ml,k_{f2},n_f-2}^f \\ &\quad + \beta_{0a,ml,k_{f2}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}} + \beta_{1a,ml,k_{f2}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}-1} \\ &\quad + \beta_{2a,ml,k_{f2}}^f v''_{pk,l,n_f-n_{f\tau ml}-2} \end{aligned} \right\} \quad (6.3.2b)$$

$$h_{a,m,n_s-1}^s = \sum_l \sum_{k_{s1}} \phi_{a,ml,k_{s1},n_s-1}^s + \sum_l \sum_{k_{s2}} \phi_{a,ml,k_{s2},n_s-1}^s \quad (6.3.2c)$$

ここで、 h_{a,m,n_s-1}^s は遅い応答に属する相減衰特性 A_p の出力ベクトル第 m 要素の前回ステップでの値を表わす。

j 端相電流ベクトル I_{pj,n_f} の第 m 要素（相枠サージアドミタンス出力）：

$n_f = q \cdot n_s$ のとき、

$$\begin{aligned} i_{pj,l,n_f} = & \sum_m k_{cy,lm} (v_{pj,m,n_f} - 2v'_{pj,m,n_f}) + \sum_m \sum_{k_{f1}} \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}^f + \sum_m \sum_{k_{f2}} \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}^f \\ & + \sum_m \sum_{k_{s1}} \phi_{y,lm,k_{s1},n_s}^s + \sum_m \sum_{k_{s2}} \phi_{y,lm,k_{s2},n_s}^s \end{aligned} \quad (6.3.3a)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}^f &= \lambda_{y,lm,k_{f1}}^f v_{pj,m,n_f} + \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}'^f \\ \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}'^f &= \alpha_{y,lm,k_{f1}}^f \phi_{y,lm,k_{f1},n_f-1}^f \\ &\quad - 2\lambda_{y,lm,k_{f1}}^f v'_{pj,m,n_f} + \mu_{y,lm,k_{f1}}^f (v_{pj,m,n_f-1} - 2v'_{pj,m,n_f-1}) \\ \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}^f &= \beta_{oy,lm,k_{f2}}^f v_{pj,m,n_f} + \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}'^f \\ \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}'^f &= \alpha_{1y,lm,k_{f2}}^f \phi_{y,lm,k_{f2},n_f-1}^f + \alpha_{2y,lm,k_{f2}}^f \phi_{y,lm,k_{f2},n_f-2}^f \\ &\quad - 2\beta_{oy,lm,k_{f2}}^f v'_{pj,m,n_f} + \beta_{1y,lm,k_{f2}}^f (v_{pj,m,n_f-1} - 2v'_{pj,m,n_f-1}) \\ &\quad + \beta_{2y,lm,k_{f2}}^f (v_{pj,m,n_f-2} - 2v'_{pj,m,n_f-2}) \end{aligned} \right\} \quad (6.3.3b)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{y,lm,k_{s1},n_s}^s &= \lambda_{y,lm,k_{s1}}^s v_{pj,m,n_s} + \phi_{y,lm,k_{s1},n_s}'^s \\ \phi_{y,lm,k_{s1},n_s}'^s &= \alpha_{y,lm,k_{s1}}^s \phi_{y,lm,k_{s1},n_s-1}^s \\ &\quad - 2\lambda_{y,lm,k_{s1}}^s v'_{pj,m,n_s} + \mu_{y,lm,k_{s1}}^s (v_{pj,m,n_s-1} - 2v'_{pj,m,n_s-1}) \\ \phi_{y,lm,k_{s2},n_s}^s &= \beta_{oy,lm,k_{s2}}^s v_{pj,m,n_s} + \phi_{y,lm,k_{s2},n_s}'^s \\ \phi_{y,lm,k_{s2},n_s}'^s &= \alpha_{1y,lm,k_{s2}}^s \phi_{y,lm,k_{s2},n_s-1}^s + \alpha_{2y,lm,k_{s2}}^s \phi_{y,lm,k_{s2},n_s-2}^s \\ &\quad - 2\beta_{oy,lm,k_{s2}}^s v'_{pj,m,n_s} + \beta_{1y,lm,k_{s2}}^s (v_{pj,m,n_s-1} - 2v'_{pj,m,n_s-1}) \\ &\quad + \beta_{2y,lm,k_{s2}}^s (v_{pj,m,n_s-2} - 2v'_{pj,m,n_s-2}) \end{aligned} \right\} \quad (6.3.3c)$$

ここで、 $v_{pj,m,n_f} = v_{pj,m,n_s}$ 。

$n_f \neq q \cdot n_s$ のとき、

$$i_{pj,l,n_f} = \sum_m k_{cy,lm} (v_{pj,m,n_f} - 2v'_{pj,m,n_f}) + \sum_m \sum_{k_{f1}} \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}^f + \sum_m \sum_{k_{f2}} \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}^f + h_{y,l,n_s-1}^s \quad (6.3.4a)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}^f &= \lambda_{y,lm,k_{f1}}^f v_{pj,m,n_f} + \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}'^f \\ \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}'^f &= \alpha_{y,lm,k_{f1}}^f \phi_{y,lm,k_{f1},n_f-1}^f \\ &\quad - 2\lambda_{y,lm,k_{f1}}^f v'_{pj,m,n_f} + \mu_{y,lm,k_{f1}}^f (v_{pj,m,n_f-1} - 2v'_{pj,m,n_f-1}) \\ \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}^f &= \beta_{oy,lm,k_{f2}}^f v_{pj,m,n_f} + \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}'^f \\ \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}'^f &= \alpha_{1y,lm,k_{f2}}^f \phi_{y,lm,k_{f2},n_f-1}^f + \alpha_{2y,lm,k_{f2}}^f \phi_{y,lm,k_{f2},n_f-2}^f \\ &\quad - 2\beta_{oy,lm,k_{f2}}^f v'_{pj,m,n_f} + \beta_{1y,lm,k_{f2}}^f (v_{pj,m,n_f-1} - 2v'_{pj,m,n_f-1}) \\ &\quad + \beta_{2y,lm,k_{f2}}^f (v_{pj,m,n_f-2} - 2v'_{pj,m,n_f-2}) \end{aligned} \right\} \quad (6.3.4b)$$

$$h_{y,l,n_s-1}^s = \sum_m \sum_{k_{s1}} \phi_{y,lm,k_{s1},n_s-1}^s + \sum_m \sum_{k_{s2}} \phi_{y,lm,k_{s2},n_s-1}^s \quad (6.3.4c)$$

(6.3.3) および (6.3.4) 式をベクトル形式で整理すれば、以下の式が成り立つ。

$n_f = q \cdot n_s$ のとき、

$$I_{pj,n_f} = Y_{es}^{fs} V_{pj,n_f} + I_{pj,n_f}^{s,fs} \quad (6.3.5a)$$

$$\left. \begin{aligned} (Y_{es}^{fs})_{lm} &= k_{cy,lm} + \sum_{k_{f1}} \lambda_{y,lm,k_{f1}}^f + \sum_{k_{s1}} \lambda_{y,lm,k_{s1}}^s \\ &\quad + \sum_{k_{f2}} \beta_{oy,lm,k_{f2}}^f + \sum_{k_{s2}} \beta_{oy,lm,k_{s2}}^s \\ (I_{pj,n_f}^{s,fs})_l &= -2 \sum_m k_{cy,lm} v'_{pj,m,n_f} + \sum_m \sum_{k_{f1}} \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}'^f + \sum_m \sum_{k_{s1}} \phi_{y,lm,k_{s1},n_s}'^s \\ &\quad + \sum_m \sum_{k_{f2}} \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}'^f + \sum_m \sum_{k_{s2}} \phi_{y,lm,k_{s2},n_s}'^s \end{aligned} \right\} \quad (6.3.5b)$$

ここで、 Y_{es}^{fs} および $I_{pj,n_f}^{s,fs}$ はそれぞれ遅速両ステップが一致する ($n_f = q \cdot n_s$) ときの等価サージコンダクタンス行列および等価電流源ベクトルを表わし、 $(Y_{es}^{fs})_{lm}$ および $(I_{pj,n_f}^{s,fs})_l$ は等価サージコンダクタンス行列の lm 要素および等価電流源ベクトルの第 l 要素を表わす。

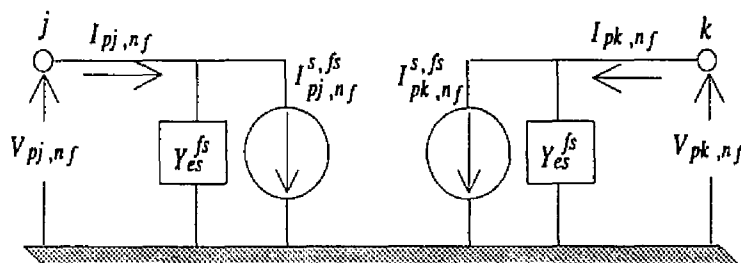
次に $n_f \neq q \cdot n_s$ のとき、

$$I_{pj,n_f} = Y_{es}^f V_{pj,n_f} + I_{pj,n_f}^{s,f} \quad (6.3.6a)$$

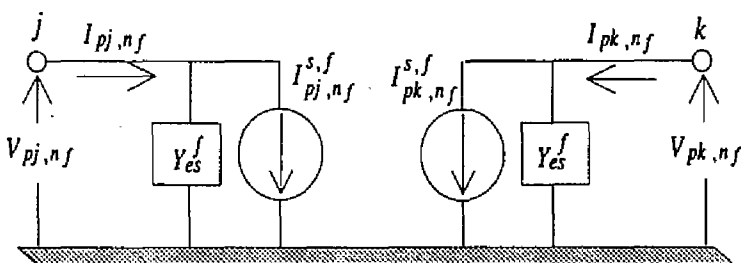
$$\left. \begin{aligned} (Y_{es}^f)_{lm} &= k_{cy,lm} + \sum_{k_{f1}} \lambda_{y,lm,k_{f1}}^f + \sum_{k_{f2}} \beta_{oy,lm,k_{f2}}^f \\ (I_{pj,n_f}^{s,f})_l &= -2 \sum_m k_{cy,lm} v'_{pj,m,n_f} \\ &\quad + \sum_m \sum_{k_{f1}} \phi_{y,lm,k_{f1},n_f}'^f + \sum_m \sum_{k_{f2}} \phi_{y,lm,k_{f2},n_f}'^f + (H_{y,n_s-1}^s)_l \\ (H_{y,n_s-1}^s)_l &= \sum_m \sum_{k_{s1}} \phi_{y,lm,k_{s1},n_s-1}^s + \sum_m \sum_{k_{s2}} \phi_{y,lm,k_{s2},n_s-1}^s \end{aligned} \right\} \quad (6.3.6b)$$

ここで、 Y_{es}^f および $I_{pj,n_f}^{s,f}$ は遅い群の応答を前回ステップの値とした場合の等価サージコンダクタンス行列および等価電流源である。

(6.3.5a) および (6.3.6a) 式から遅速 2 群のステップが一致する場合、図 6.3.1 (a) に示す等価回路が、一致しない場合、同図 (b) に示す等価回路が得られる。同様に、応答速度を r 群に分割し、これらの群に異なるステップ幅を用いる場合、プログラムを複雑化しない為には、各群のステップ幅の比を一定 ($h_2 / h_1 = h_3 / h_2 = \dots$) とするのが良く、このとき、 r 個の等価回路が導かれる。



(a) 遅速 2 群のステップが一致する場合



(b) 遅速 2 群のステップが一致しない場合

図 6.3.1 二段ステップを用いる場合の等価回路

6.4 マルチステップ適用の妥当性の検証

6.2節で取り上げた500kV級交流一回線および二回線線路について、図6.4.1(a)および(b)に示すモデル線路のS1端子にステップ電圧を印加した場合のR端電圧波形の解析に前記二段ステップを適用し、その妥当性について検討する。なお、ステッ

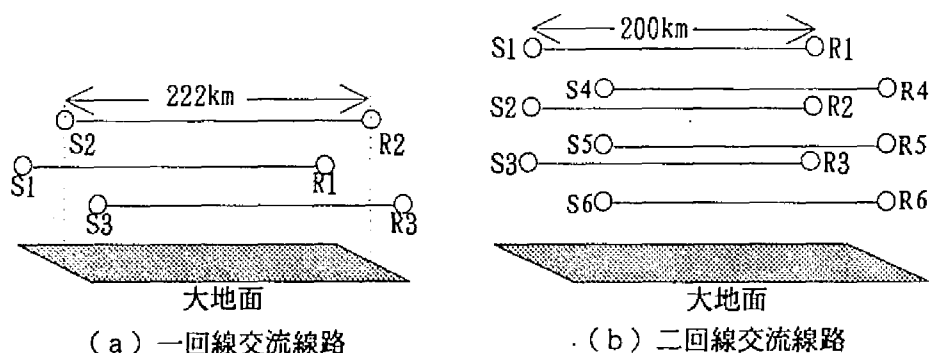
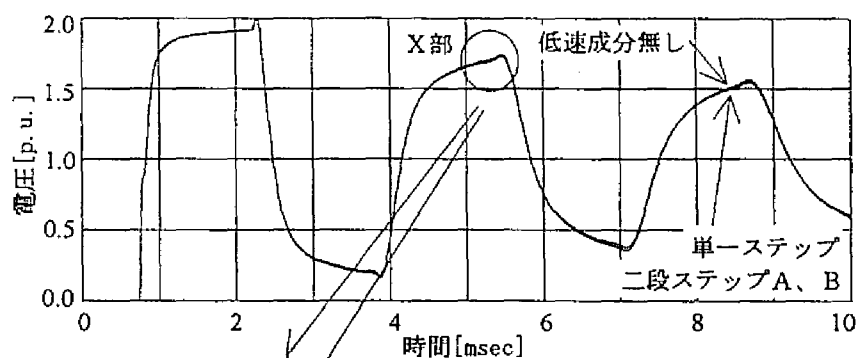


図 6.4.1 モデル線路

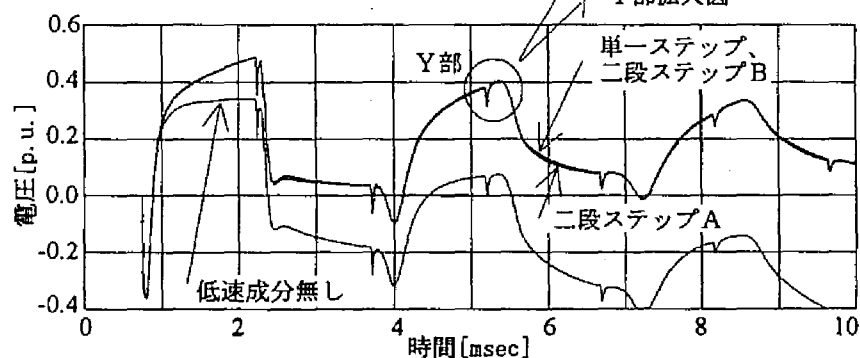
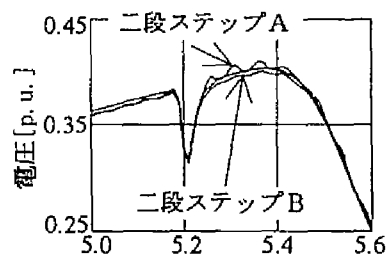
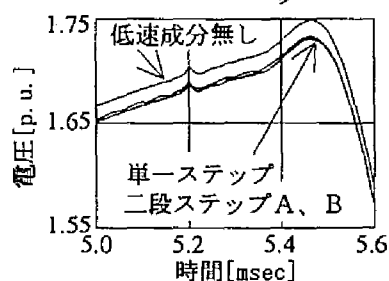
プ電圧印加のS1端子以外はすべて解放端である。

図6.4.2に、交流一回線線路について、(1) $5\mu\text{sec}$ の単一ステップを適用した場合、(2) 低速および高速応答群に分割し、それぞれの群に50および $5\mu\text{sec}$ の二段ステップを適用した場合、(3) 高速応答群のステップ幅を $5\mu\text{sec}$ とし、低速応答群を無視した場合の各端子の電圧波形を示す。ここで、図中の二段ステップAは一次項について折点周波数1kHzを境とし、また二次項については固有周波数500Hzを境として系を遅速二群に分割、また二段ステップBは一次項折点周波数および二次項固有周波数について、100Hzを境として系を遅速二群に分割した適用を示す。このとき、二段ステップAでは低速群最大折点周波数 ω_1 および最大固有周波数 ω_2 の低速群時間刻み周波数 ω_s に対する比 ω_s/ω_1 および ω_s/ω_2 はそれぞれ20および40である。また、二段ステップBのそれらはいずれも200である。単一ステップによる波形と低速成分を無視した場合の波形を比較すると、励振相(R1端子)における両者の差違は小さいものの、被誘導相(R2、R3端子)の両者の差違は相当大きい。これは低速群が応答に相当の影響を与えることを示す。次に、単一ステップと二段ステップAおよびBの差違は図中の拡大図から明らかなように小さい。この時、二段ステップAおよびBによる計算時間はそれぞれ、単一ステップによる計算時間の51および58%に短縮する。

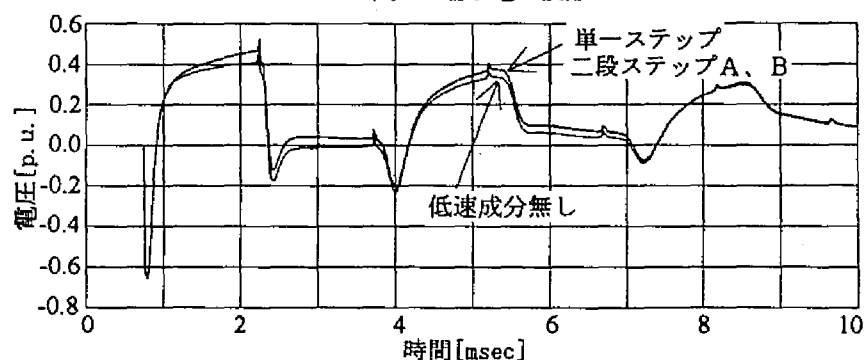
次に図6.4.3に、交流二回線線路について、(1) $5\mu\text{sec}$ の単一ステップによる場合、



(a) R1端子電圧波形

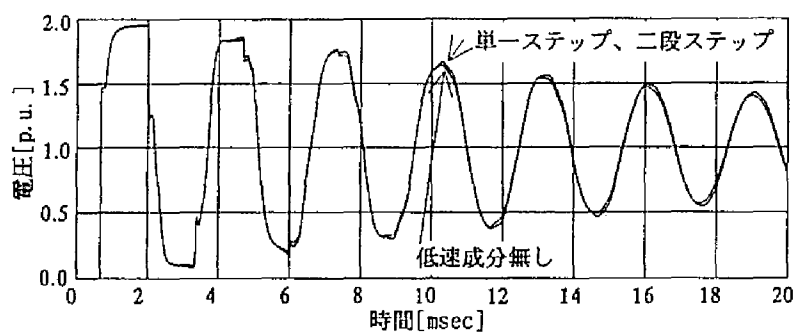


(b) R2端子電圧波形

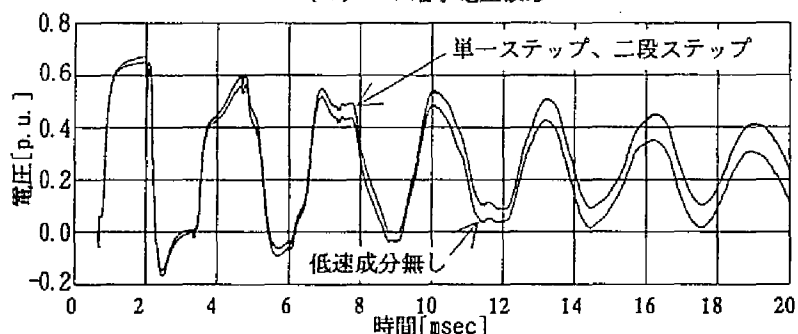


(c) R3端子電圧波形

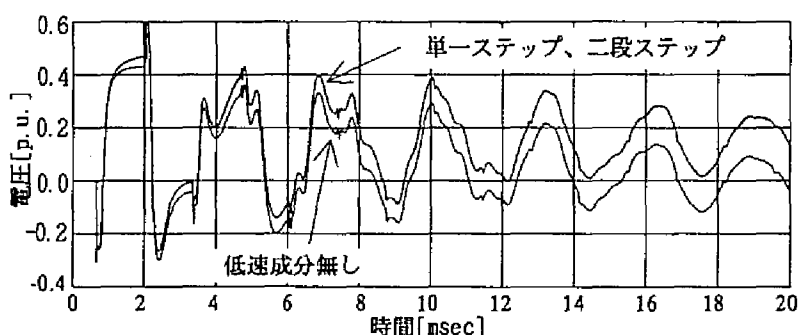
図 6.4.2 単一および二段ステップを用いた解析結果の比較 (A)



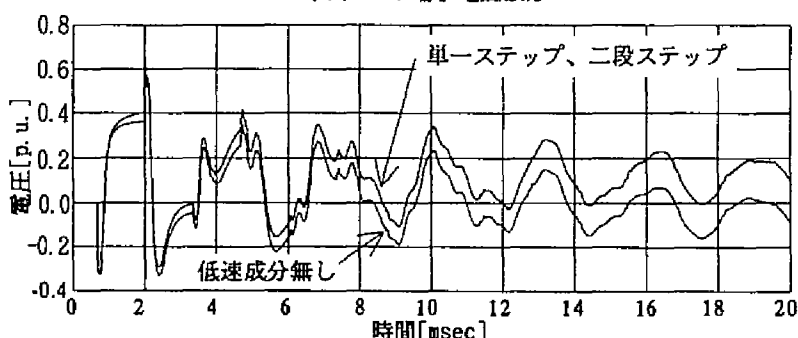
(a) R1 端子電圧波形



(b) R2 端子電圧波形



(c) R3 端子電圧波形



(d) R6 端子電圧波形

図 6.4.3 単一および二段ステップを用いた解析結果の比較 (B)

(2) 一次項について折点周波数 250Hz を境とし、二次項について固有周波数 100Hz を境として系を遅速二群に分割し、それぞれの群に 50 および $5\mu\text{sec}$ の二段ステップを適用した場合、(3) 高速応答群のステップ幅を $5\mu\text{sec}$ とし、低速応答群を無視した場合の各波形を示す。このとき、前述の ω_s/ω_1 および ω_s/ω_2 はそれぞれ 80 および 200 である。単一ステップ、二段ステップおよび低速応答群を無視した各波形について、一回線線路と同様のことが言える。このとき、二段ステップの計算時間は単一ステップの 54% である。

次に、図 6.4.4 に前述の交流一回線および二回線線路の二段ステップによる比較的長時間の解析結果を単一ステップのそれと比較して示す。二段ステップによる解析結果は単一ステップによる解析結果と良く一致しており、長時間解析に対しても安定である。

以上から、二段ステップを用いた解析は、低速群の最大折点周波数 ω_1 および最大

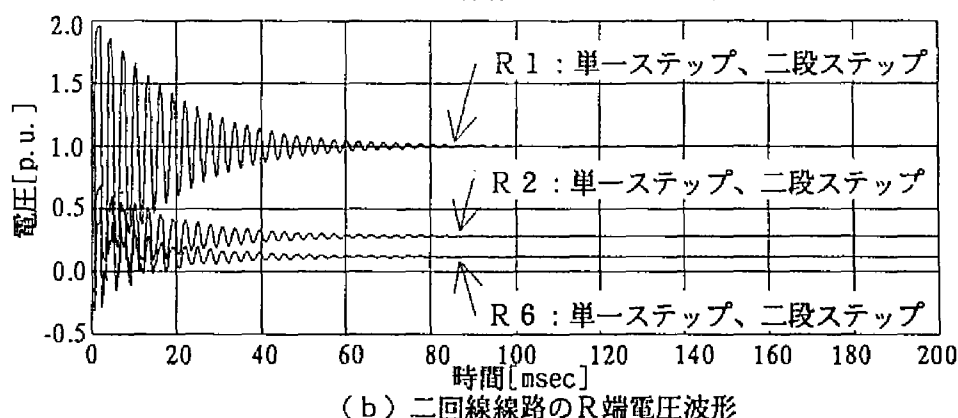
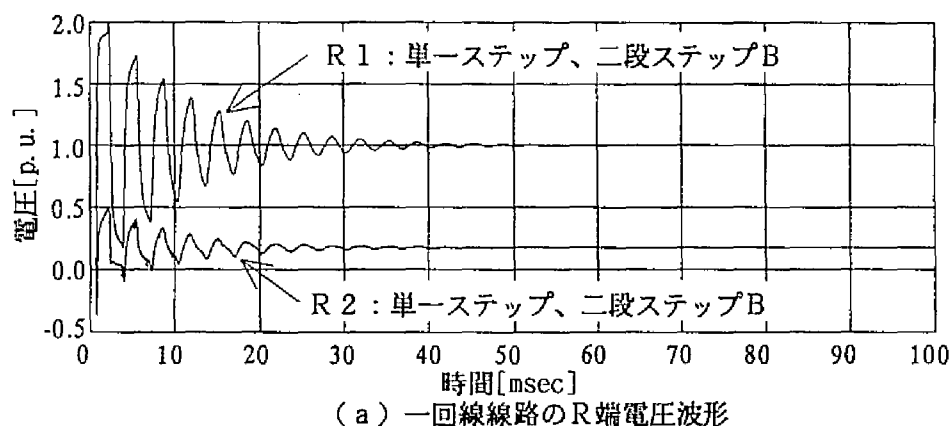


図 6.4.4 長時間解析の安定性

固有周波数 ω_2 の低速群時間刻み周波数 ω_s に対する比 ω_s/ω_1 および ω_s/ω_2 を20-100および40-200とすれば、単一ステップによる解析と同等の精度を維持し、単一ステップによる解析に比べて計算時間が減少できることが明らかとなった。

なお、上述の適用例で用いた相枠モデルは高速応答成分のナイキスト周波数100kHzに対し10MHzまでの近似結果を用いている。この点で高速応答成分の項数に冗長がある。計算時間は高速応答成分の項数に大きく依存するから、前記の冗長を抑えれば、前述の二段ステップの計算時間は更に短縮できる。

6.5 結言

従来の単一ステップを用いる数値解法によれば、相枠のBergeronモデルを用いる過渡現象解析に要する演算処理量は現在広く用いられているBergeronモデル(EMTP)の所用処理量の略5-15倍程度となる。しかし、相枠のBergeronモデルに本研究で開発したマルチステップ法を適用すれば処理量は略半減する。

これにより、変換行列の周波数依存特性を実定数で近似するモード枠Bergeronモデル(EMTP)の3-8倍程度以内の所用処理量で、線路のすべての周波数依存特性を厳密に取り扱える相枠Bergeronモデルによる解析が可能となる。

第 7 章

結 論

第7章 結 論

送電線路の過渡現象解析の課題である、1) Bergeron 法による不平衡の表現方法、の研究を行い、2) 開発した解析方法の評価、3) 過渡現象解析効率の改善について述べたが、それらをまとめると以下ようになる。

1. 1 モード空間での過渡現象解析方法の開発

従来、モード空間での解析方法においては、変換行列は定数として近似され、また、固有値解析におけるモードクロスの問題のため、不平衡を表現するための基礎となる変換行列系の数学的、物理的性質の解明も十分ではなかった。そこで本研究では、固有ベクトルの一次独立性に着目し、この固有ベクトルに周波数連続性を与えることによって前記モードクロス問題を解消する周波数連続化手法を開発し、更に変換行列系の物理的性質の解明に有用なモードサージアドミタンスを定数とおく変換行列系の新しい規格化方法および因果律の充足判定方法を考案した。これらの手法を用いて各種の不平衡送電線路のモード枠周波数依存特性を詳細に検討した結果、

(1) 前記の不平衡線路の固有値系は数学的には単根からなる系であり、変換行列系の一部は強い周波数依存性を持つことを明らかにした。

(2) 変換行列系の中には因果律を満足しないものがあることが判明し、モード空間で不平衡を表現する場合に、変換行列系が因果律を満たさないことがシミュレーションの本質的な誤差要因になることを明確にした。

(3) 上記の因果律を満たさなくなる様相は線路構造に依存していることを明らかにした。検討した三角配列一回線交流線路、北海道一本州直流連係線（片極運転）、垂直配列二回線交流線路（新山口幹線、新豊根幹線）および中性線帰路方式双極二回線直流線路のうち、因果律を充足するのは三角配列一回線交流線路のみである。

(4) 中性線帰路方式双極直流二回線線路について検討した結果、線路抵抗を修正することによって因果律違反の障害を除去出来ることを明らかにした。そして線路抵抗修正の結果生じる影響は等価回路で補正出来ることを示した。

以上を基に、モード空間での解析方法を検討し、

(5) 強い周波数依存性を持つ変換行列系の近似方法を見出し、時間領域の数値解法に巡回型の相乗積分を用いる Bergeron 等価回路を構成する手法を確立した。

(6) 前記(4)項に示した結果をもとにして、中性線帰路方式直流二回線線路の不均衡を考慮した広帯域かつ高精度の過渡現象解析に適用出来る新しい解析手法を開発し、フーリエ変換法による厳密解との比較でその精度を実証した。

1. 2 相空間での過渡現象解析方法の開発

二回線交流線路の不均衡をモード空間で表現することを検討した結果、比較的高周波域で変換行列系に因果律違反が発生するため、これが本質的な誤差要因となることが明らかとなった。しかし相空間で表現した周波数依存特性には因果律違反が発生せず、相空間の表現が汎用性に優れていることも判明した。これをもとに、

(1) 不均衡線路を相空間(二回線線路の場合は回路空間)で表現し、減衰特性およびサージアドミタンスの時間領域の数値解法に巡回型の相乗積分を用いた新しいBergeron等価回路を開発し、この等価回路による解析結果と現地測定結果が良く一致することを実証した。

(2) ステップ応答に対する定常状態への到達機構を検討し、定常状態は各相の減衰特性およびサージアドミタンスの応答の拮抗により形成されるため、長時間の安定した解析を行うには低周波域の近似精度が重要であることを示した。

(3) 変換行列を定数として取り扱うモード表現の従来法と比較して、開発した方法は長時間解析および共振現象等の解析で精度に優れていることを明らかにした。また、演算処理量は従来法の5 - 15倍程度となることも判明した。

2. 過渡現象解析効率の改善

不均衡を高精度で表現するためには、従来法に比し、演算処理量が多くなることから、送電線路の応答を幾つかの遅速レベルでグループ化し、各グループに適正な刻み幅を適用して計算時間を短縮する方法を提案した。これを相空間で表現したBergeron等価回路による解析に適用した結果、計算時間を略半減できる見通しを得た。

3. 今後の課題

以上に結果をまとめたが、要するに日本の基幹系統を構成する垂直配列二回線線路の高精度の過渡現象解析には、相空間の表現が適していることを示し、時間領域の数値解法に巡回形の相乗積分を用いたBergeron等価回路を適用する端緒を開いたものである。今後更に計算時間の改善に留意する必要がある。

謝 辞

本研究の取り纏めは京都大学大学院 工学研究科 奥村浩士教授の御指導のもとに遂行されたものであり、終始時宜にかなった御教示と御鞭撻を賜りました。ここに、深く感謝の意を表します。

本研究を進めるにあたり有益な御討論と御助言を賜りました京都大学大学院 工学研究科 上田皖亮教授、宅間董教授に厚く御礼申し上げます。

本研究を遂行中、京都大学名誉教授 上之園親佐先生には終始有益な御討論と御助言を賜りました。また、電力中央研究所 狛江研究所所長 町田武彦氏、横須賀研究所 所長 吉田幸雄氏、狛江研究所参事 高橋一弘氏には終始暖かい励ましを頂きました。ここに、深く感謝の意を表す次第です。

最後にこの研究を行う上で貴重な援助と多大な便宜を頂いた、電力中央研究所 狛江研究所コーディネータ 佐々木三郎氏、電源開発株式会社 工務部 関田昌士氏、開発計算センター 電力システム部長 沢田潤治氏、神奈川大学工学部 日野太郎教授、許瑞邦教授、渡辺良男教授、遠藤信行教授をはじめ関係各位に対し心から感謝いたします。

参考文献

1. 関根、高橋、堀越、野坂、土森、長澤、森、柴田、仁田：「21世紀の電力エネルギーと輸送技術」、電気学会、小特集、電学誌 112 巻 8 号、581 (1992 年 8 月)
2. J. R. Carson: 'Wave Propagation in Overhead Wires with Ground Return', Bell Syst. Tech. J, vol.5, 539(1926)
3. EMTP RULE BOOK: 'Bonneville Power Administration', April (1982)
4. EMTP THEORY BOOK: 'Bonneville Power Administration', August (1987)
5. T.Ino, R.M.Mathur, M.R.Iravani & S.Sasaki: 'Validation of Digital Simulation of DC Links-Part II', IEEE Trans., Vol.PAS-104, No.9, 2596(September, 1985)
6. T. Ino, R.M.Mathur & Y. Sambo: 'Validation of Digital Simulation of Systems Including HVDC Links using EMTP', 神奈川大学工学部研究報告 25 号、22 (1987 年 3 月)
7. 関根泰次、「電力系統解析理論」、電気書院、1972 年
8. L.M.Wedepohl: 'Application of matrix methods to the solution of travelling-wave phenomena in polyphase systems', PROC.IEE, Vol.110, No.12, 2200(December, 1963)
9. H.W. Dommel: 'Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single and Multiphase Networks', IEEE Trans., Vol.PAS-88, No.4, 388(April, 1969)
10. A.Budner: 'Introduction of Frequency-Dependent Line Parameters into an Electromagnetic Transients Program', IEEE Trans., Vol.PAS-89, No.1, 88(January, 1970)
11. 卯本重郎、原武久：「相乗積分を用いた電力回路網進行波の新デジタル解析」、電学誌、Vol 91, No. 5, 907 (1971 年 5 月)
12. J.K.Snelson: 'Propagation of Travelling Waves on Transmission Lines-Frequency Dependent Parameters', IEEE Trans., Vol.PAS-91, No.1, 85(January/February, 1972)
13. A.Ametani: 'Refraction Coefficient Method for Switching Surge Calculations on Untransposed Transmission Lines - Accurate and Approximate inclusion of Frequency Dependence', C73-444-7, IEEE PES Summer Meeting, 1973
14. W.S.Meyer & H.W.Dommel: 'Numerical Modelling of Frequency-Dependent Transmission Line Parameters in an Electromagnetic Transient Program', IEEE Trans., Vol.PAS-93, 1401 (September/October, 1974)
15. H.W. Dommel & W.S. Meyer: 'Computation of Electromagnetic Transients', Proceedings

- of The IEEE, Vol.62, No.7, 983(July,1974)
16. A.Dabuleanu & A.Semlyen: 'Modelling of Transposition and Double Circuit Transmission Lines in Switching Surge calculation', IEEE Trans., PAS94, No.2, 242(1975)
 17. A.Semlyen & A.Dabuleanu: 'Fast and Accurate Switching Transient Calculations on Transmission Lines with Ground Return Using Recursive Convolution', IEEE Trans., Vol.PAS-94, No.2, 561(March/April,1975)
 18. J.F. Hauer: 'State-Space Modeling of Transmission Line Dynamics via Nonlinear Optimization', IEEE Trans. Vol.PAS-100, No.12, 4918(December,1981)
 19. L.R.Marti: 'Accurate Modelling of Frequency Dependent Transmission Lines in Electromagnetic Transient Simulation', IEEE Trans., PAS101, 147(1982)
 20. 市川哲:「数値ラプラス変換による伝送線路網における進行波の数値解析」,
電学論B、102-B、No. 12、785 (1982)
 21. 中西、長岡、雨谷:「周波数変換法による非線形回路過渡現象の解析」,
電学論B、104-B、No. 12、817 (1984)
 22. 奥村、木嶋、所:「伝送線路の過渡現象の数値ラプラス変換による一解法」,
信学論、Vol. J68-A、No. 2、107 (1985)
 23. H.Nakanishi & A.Ametani: 'Transient Calculation of a Transmission Line Using Superposition law', IEE Proc., Vol.133-C, No.5, 263(1986)
 24. P.C.Magnusson: 'Traveling Waves on Multi-Conductor Open-Wire Lines-A Numerical Survey of the Effects of Frequency Dependence of Modal Composition', IEEE Trans., PAS-92,999(May/June,1973)
 25. R.G.Wasley & S.Selvavinayagamoorthy: 'Approximation Frequency-Response values for Transmission-Line Transient Analysis', Proc.IEE, Vol.121, No.4, 281(April,1974)
 26. 雨谷、田中、大崎、補永:「非撚架垂直配列線路における波形伝搬特性」,
電学論B、101巻、11号、675 (1981年11月)
 27. L.Marti: 'Simulation of Transients in underground Cables with Frequency Dependent Modal Transformation Matrices', IEEE Trans., Power Delivery, 3, 1099(1988)
 28. 猪野朋敦:「二回線直流送電線路における周波数依存効果の高精度表現法」,
電学論B、110巻5号、395 (1990年5月)
 29. 猪野朋敦:「不平衡線路における周波数依存効果の新表現」,

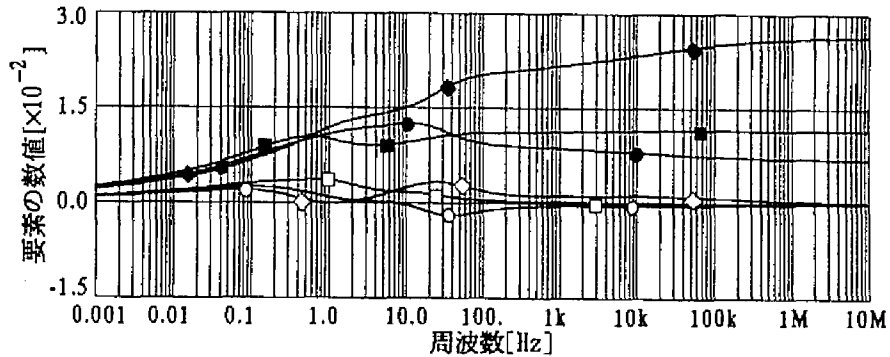
- 電学論B、109巻7号、337(1989年7月)
30. 猪野朋敦、上之園親佐:「二回線直流送電線路の高精度等価回路の一考察」、
電学論B、114巻5号、452(1994年5月)
31. 猪野朋敦、上之園親佐:「不平衡送電線路における相領域周波数依存特性の一近似手法」、電学論B、113巻12号、1446(1993年12月)
32. 猪野朋敦、上之園親佐:「架空送電線路の過渡現象解析におけるマルチステップの適用」、電学論B、113巻12号、1448(1993年12月)
33. George Angelidis & Adam Semlyen: 'Direct Phase-Domain Calculation of Transmission Line Transients Using Two-Sided Recursions', IEEE Transactions on Power Delivery, Vol.10, No.2, 941(April,1995)
34. T.Noda, N.Nagaoka & A.Ametani: 'Phase Domain Modeling of Frequency-Dependent Transmission Lines by Means of an ARMA Model', 95WM245-1PWRD, IEEE/PES Winter Meeting, January 29 to February 2, 1995, New York, NY
35. 猪野朋敦、上之園親佐:「ベルジェロン法による不平衡線路の相枠過渡現象解析モデルの検討」、電学論B、115巻9号、1029(1995年9月)
36. 林重憲:「交流理論と過渡現象」、オーム社、513(1968年3月)
37. 磯田和男、大野豊:「FORTRANによる数値計算ハンドブック」、オーム社、
1971年5月
38. UHV送電特別委員会報告書(1985年5月)
39. 宮川洋、今井秀樹訳:「デジタル・フィルタ」、科学技術出版社、1980年
40. 有本卓:「信号処理とシステム制御」、岩波講座、情報科学-20、1982年
41. 補永、佐々木、横倉、松原、石川、磯:「直流250kV 架空送電線のサージ伝搬特性」、電力中央研究所報告、117514(1978年)
42. 補永、尾野、田口、菰田:「500kV 2回線送電線路のサージ伝搬特性」、
電力中央研究所報告、73542(1974年)
43. 関根泰治:「電力系統解析理論」、オーム社、1984年
44. 雨谷昭弘、石原彰子:「有限長平行多導体系インピーダンスと線路定数に関する一検討」、電学論B、113巻8号、905(1993年8月)

付 録

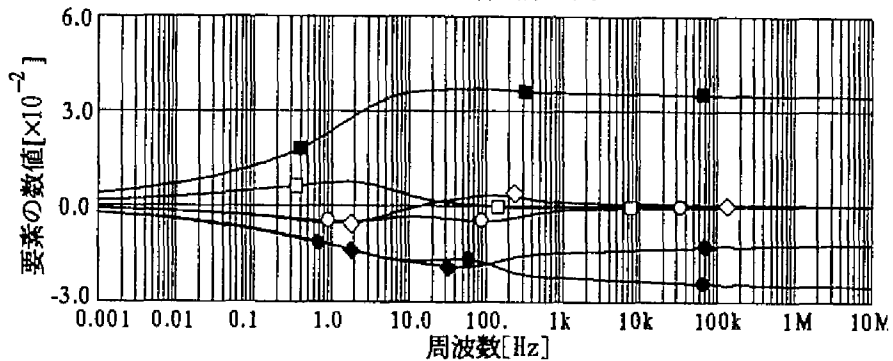
付 録

1. 変換行列系の周波数依存特性

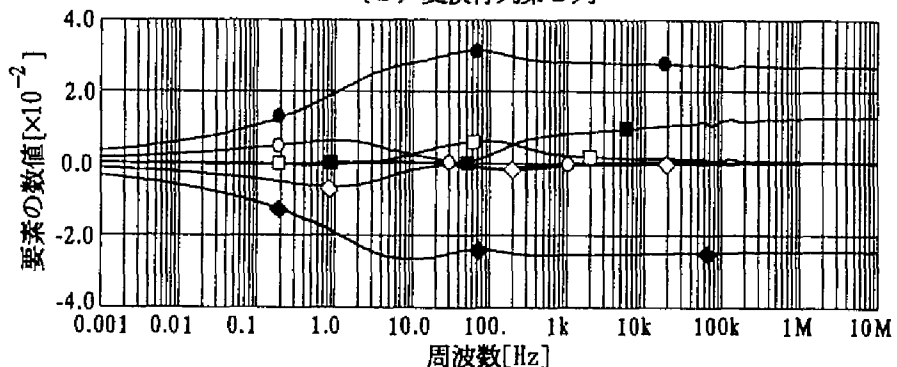
1.1 交流二回線線路（新山口幹線）



(a) 変換行列第1列



(b) 変換行列第2列

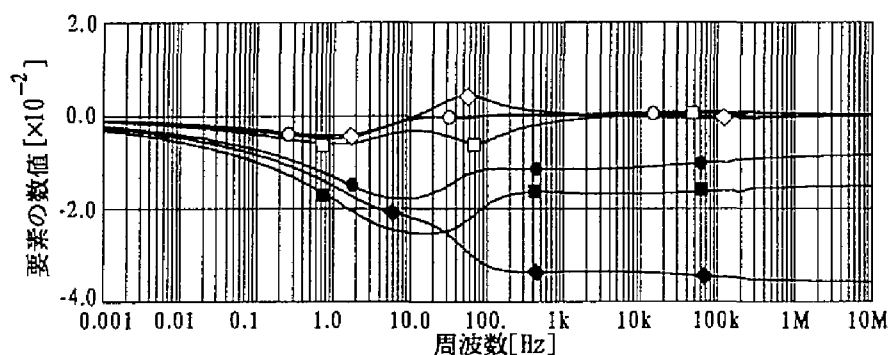


(c) 変換行列第3列

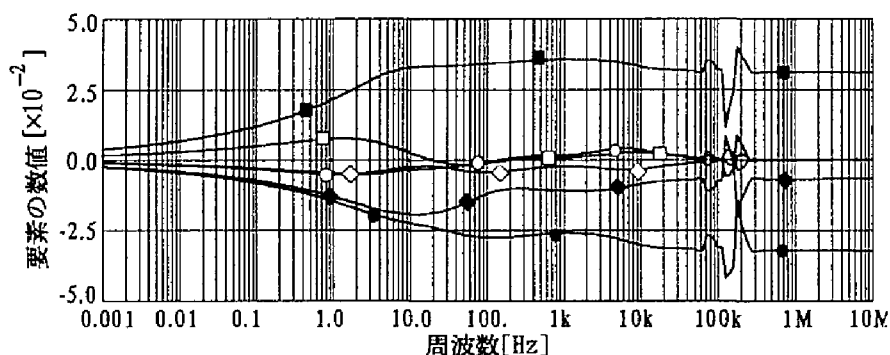
● : 第1要素実部 ■ : 第2要素実部 ◆ : 第3要素実部
 ○ : 第1要素虚部 □ : 第2要素虚部 ◇ : 第3要素虚部

註) 第4、5、6要素はそれぞれ第1、2、3要素と同値
 (モードサージアドミタンスで規格化)

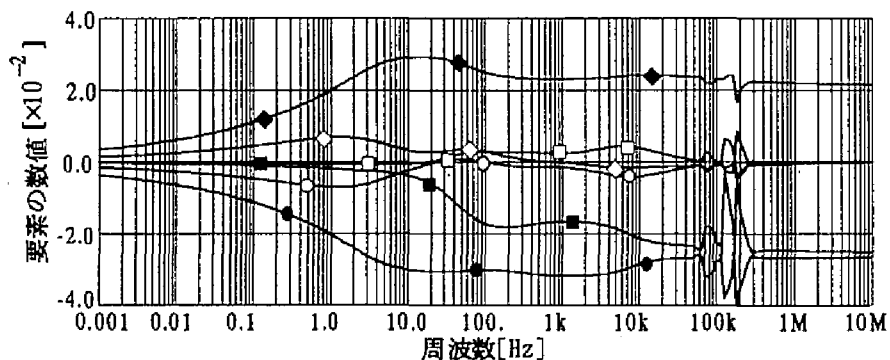
付図 1.1a 交流二回線線路の第1回路系変換行列の周波数依存特性
(新山口幹線)



(a) 変換行列第4列



(b) 変換行列第5列



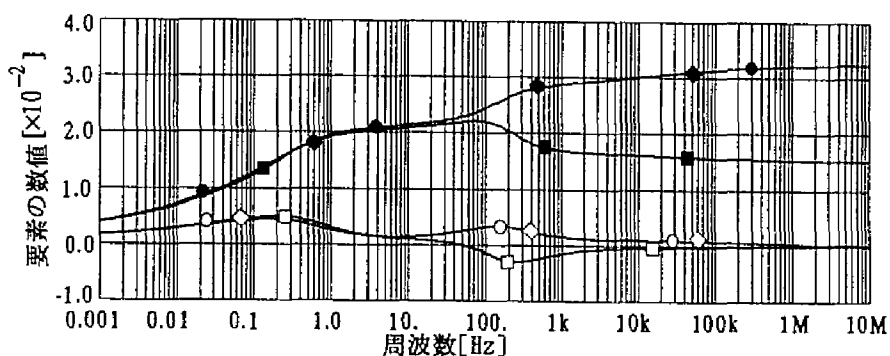
(c) 変換行列第6列

—●— : 第1要素実部 —■— : 第2要素実部 —◆— : 第3要素実部
 —○— : 第1要素虚部 —□— : 第2要素虚部 —◇— : 第3要素虚部

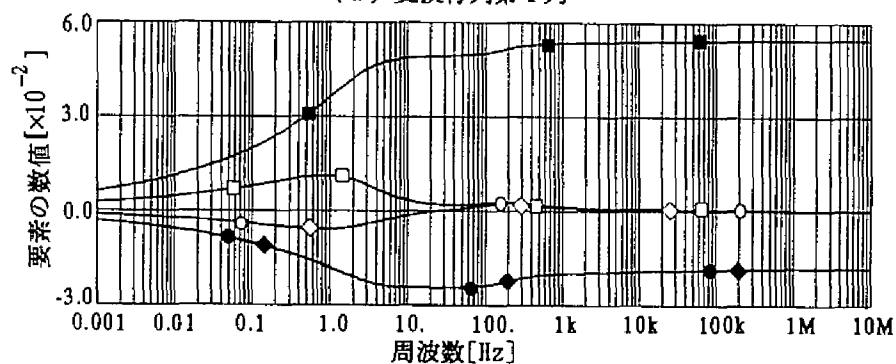
註) 第4、5、6要素はそれぞれ第1、2、3要素の符号反転値と同値
 (モードサージアドミタンスで規格化)

付図 1. 1b 交流二回線線路の第2回路系変換行列の周波数依存特性
(新山口幹線)

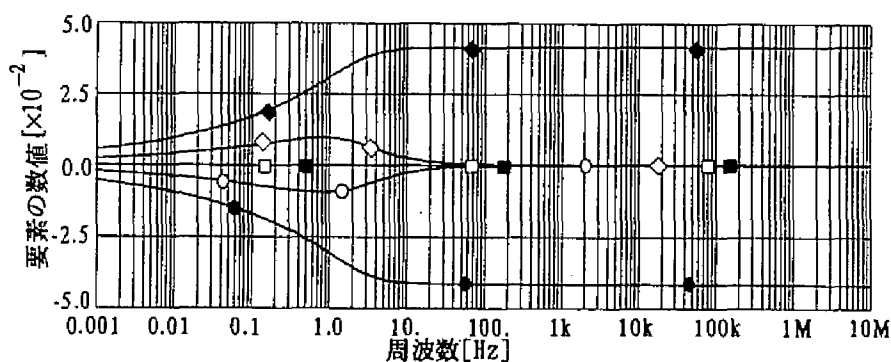
1.2 交流一回線線路（米国、Johnday-Lower Monumental 間）



(a) 変換行列第1列



(b) 変換行列第2列

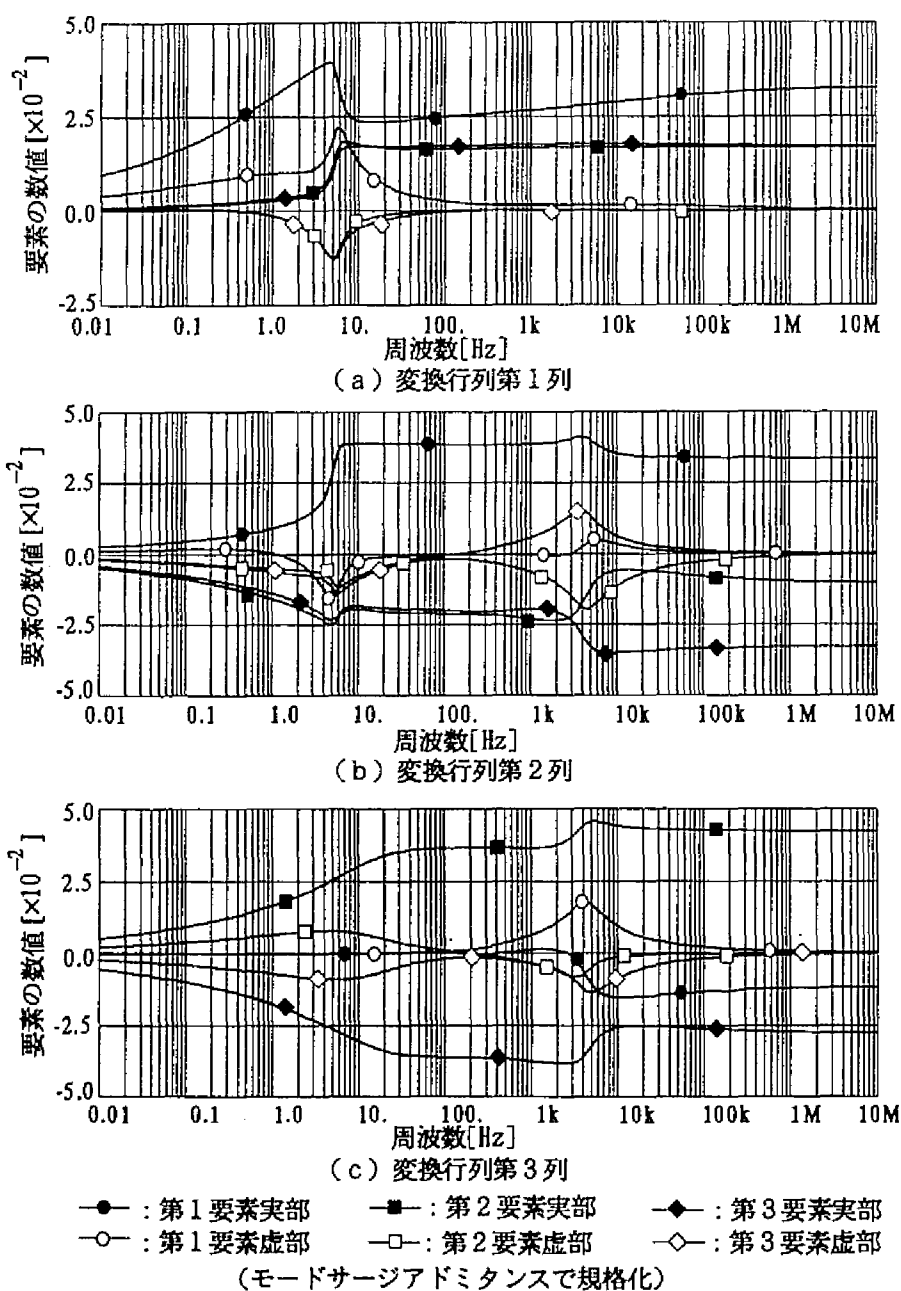


(c) 変換行列第3列

● : 第1要素実部 ■ : 第2要素実部 ◆ : 第3要素実部
 ○ : 第1要素虚部 □ : 第2要素虚部 ◇ : 第3要素虚部
 (モードサージアドミタンスで規格化)

付図 1.2 交流一回線線路の変換行列系の周波数依存特性
(米国、Johnday-Lower Monumental 間)

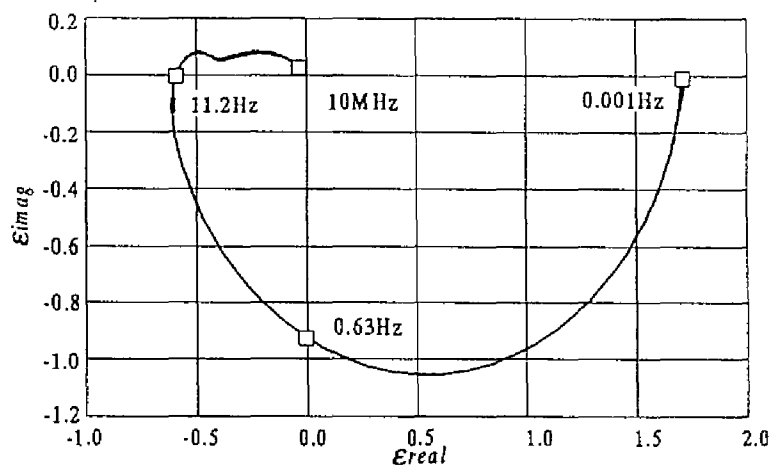
1.3 北海道－本州直流連系架空線（片極運転時）



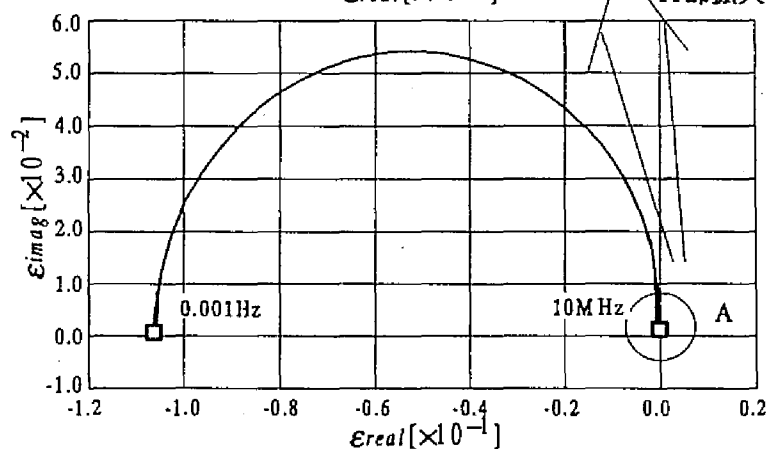
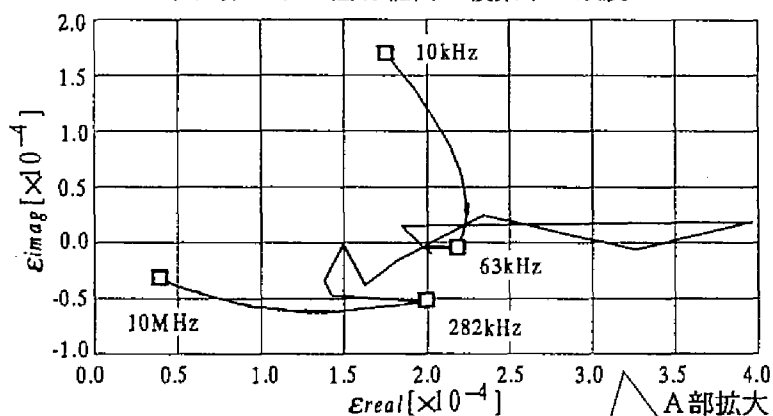
付図 1.3 北海道－本州直流連系架空線の変換行列系の周波数依存性
(片極運転時)

2. 固有値の複素不一致度

2.1 交流二回線線路（新山口幹線）



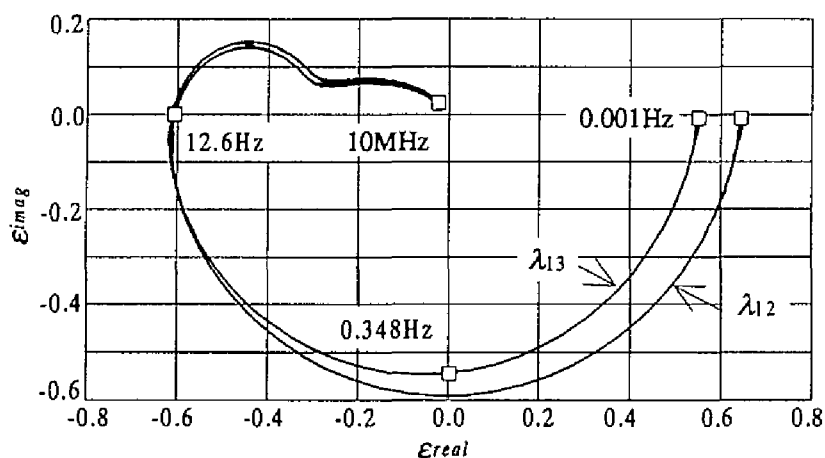
(a) 第1、2固有値間の複素不一致度



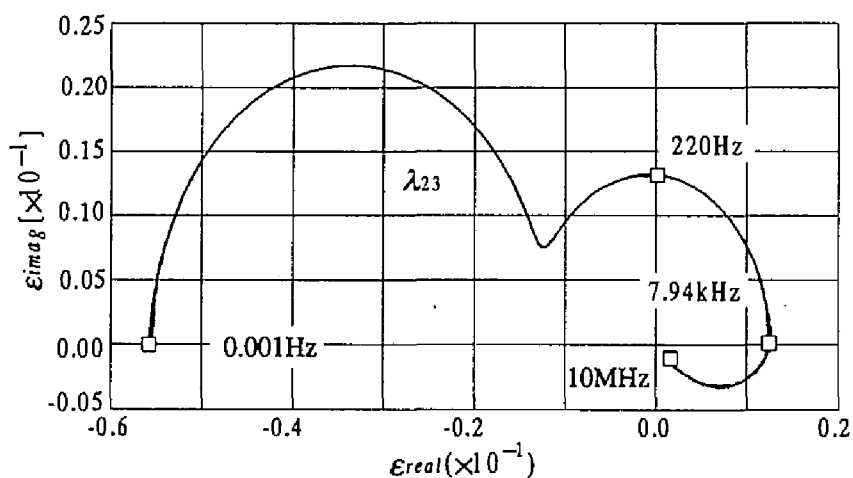
(b) 第5、6固有値間の複素不一致度

付図 2.1 交流二回線線路の固有値の複素不一致度
(新山口幹線)

2.2 交流一回線線路（米国、Johnday-Lower Monumental 間）



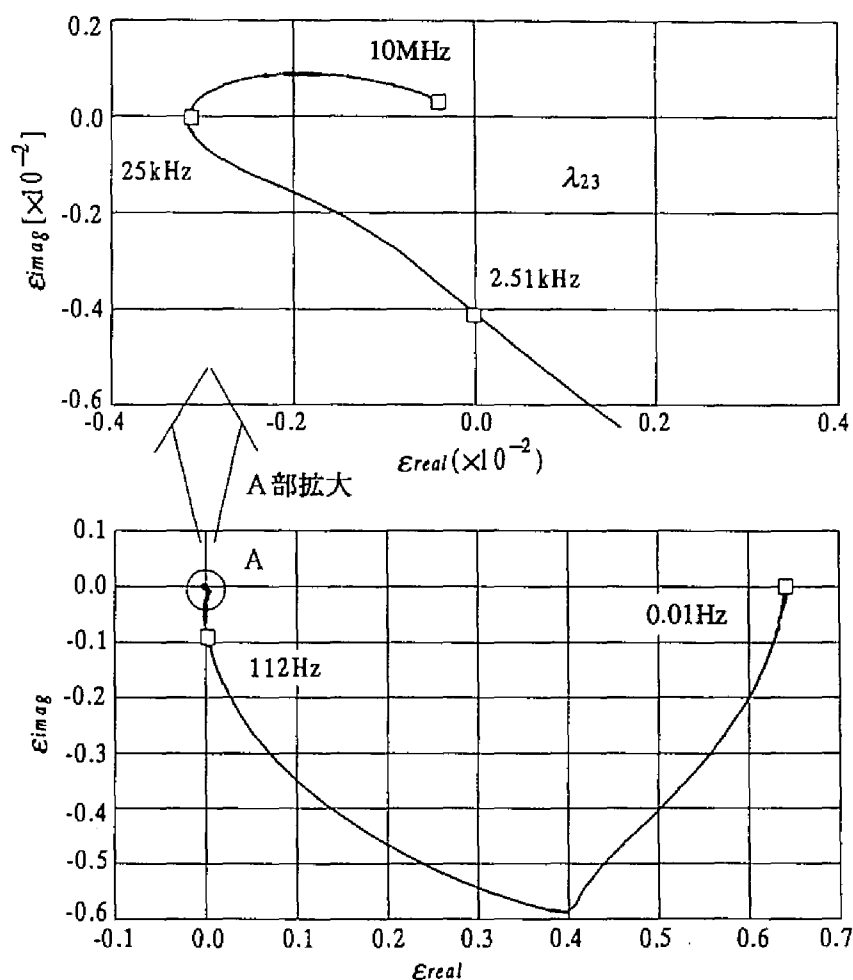
(a) 第 1、2 および第 1、3 固有値間の複素不一致度



(a) 第 2、3 固有値間の複素不一致度

付図 2.2 交流一回線線路の固有値の複素不一致度
(米国、Johnday-Lower Monumental 間)

2.3 北海道－本州直流連系架空線（片極運転時）

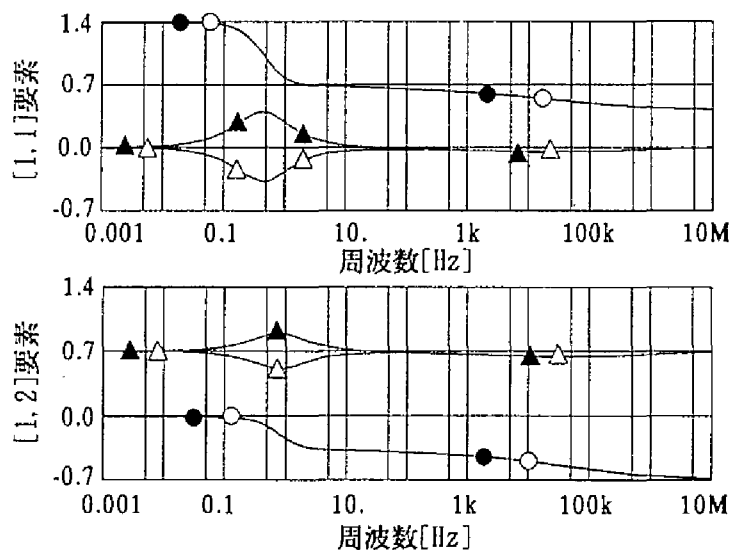


(a) 第2、3固有値間の複素不一致度

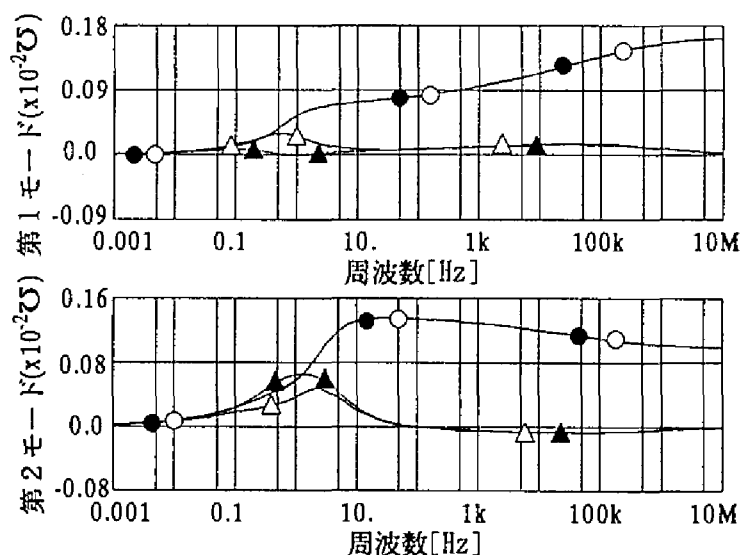
付図 2.3 北海道－本州直流連系架空線の固有値の複素不一致度
(片極運転時)

3. 周波数依存特性と安定な伝達関数による近似結果の比較

3.1 第1回路変換行列系



(a) モード変換行列（電流）

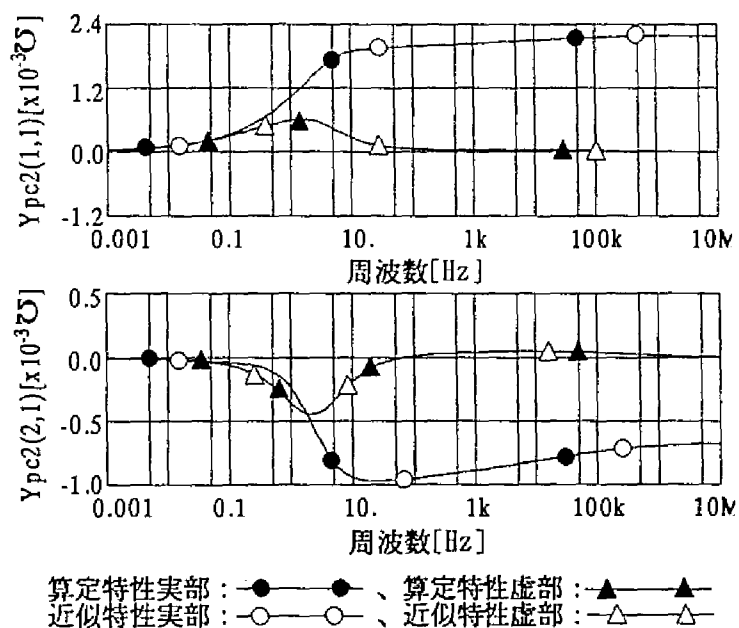


(b) モードサージアドミタンス

元の周波数特性実部：●—●、元の周波数特性虚部：▲—▲
 近似周波数特性実部：○—○、近似周波数特性虚部：△—△

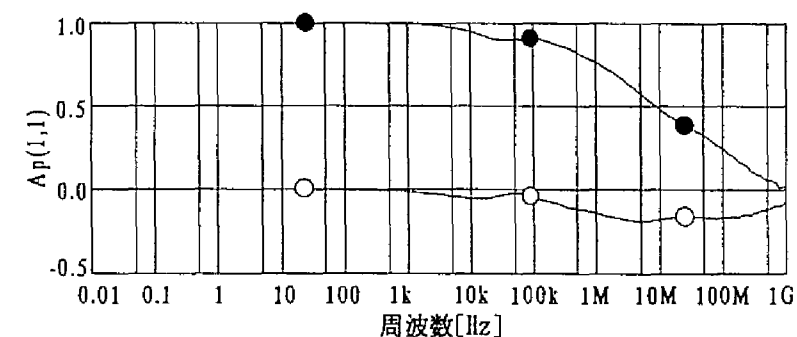
付図 3.1 第1回路変換行列系の周波数依存特性

3.2 第1回路の回路枠サージアドミタンス

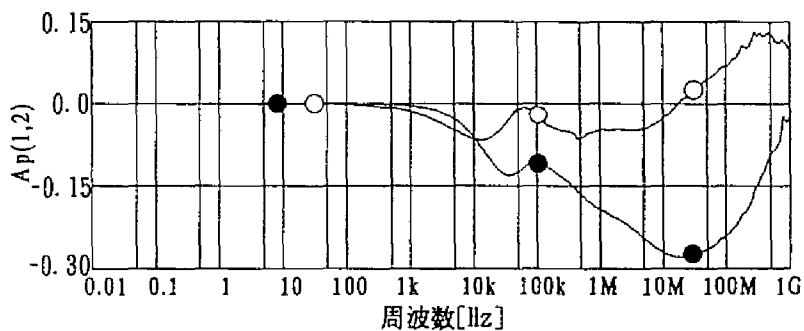


付図 3.2 第1回路の回路枠サージアドミタンス
の周波数依存特性

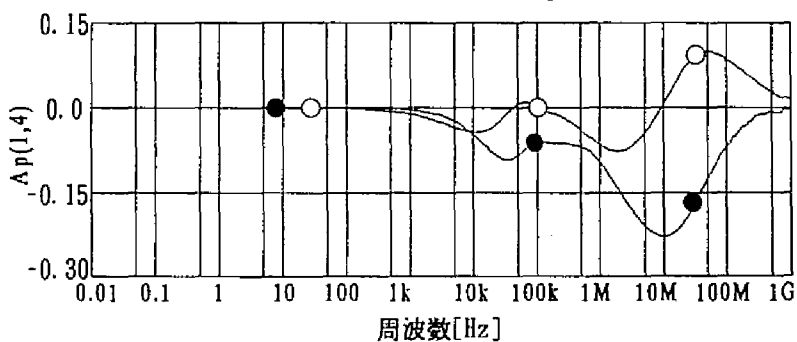
4.2 減衰特性



(a) 回線内自己減衰特性($A_p(1,1)$)



(b) 回線内相互減衰特性($A_p(1,2)$)



(c) 回線間相互減衰特性($A_p(1,4)$)

—●—●— : 周波数依存特性実部、—○—○— : 周波数依存特性虚部

付図 4.2 二回線線路の回線内減衰特性の周波数依存性

5. 周波数依存特性の近似諸元と近似詳細の例

交流二回線線路 (500kV、新豊根幹線、200km、0.01-1MHz)

5.1 第1回路

5.1.1 回路枠減衰特性

付表5.1(a) 回路枠減衰特性近似諸元

要素番号	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	23	27	0.13
(1, 2)	32	29	1.62
(1, 3)	40	32	0.68
(2, 1)	35	29	1.41
(2, 2)	24	23	0.26
(2, 3)	32	32	0.83
(3, 1)	39	30	0.52
(3, 2)	27	35	1.13
(3, 3)	20	36	0.15

減衰特性 (1, 1) 要素、 $=0.6672661E-03$, $=-0.2702094E-01$

k_i	l_{di}	k_i	l_{di}
0.5480003E-03	0.1501965E+02	0.8481031E-02	0.3579977E-05
0.1407336E-02	0.1174657E+01	-0.4937799E-02	0.2860771E-05
0.2601724E-02	0.1676560E+00	0.3984598E-01	0.2066020E-05
-0.1494931E-02	0.3205283E-01	0.7424970E+00	0.1293710E-05
0.1821290E-01	0.1590835E-01	-0.3984598E-01	0.6569451E-06
-0.9541068E-02	0.9929290E-02	-0.1802482E+00	0.3596381E-06
0.1360341E-01	0.1806835E-02	0.1561242E-01	0.1672814E-06
-0.5107303E-01	0.5246909E-03	-0.3213641E-01	0.7918752E-07
0.2951941E-02	0.3696035E-03	0.1760395E-01	0.4485597E-07
-0.2422750E-02	0.3190658E-03	0.1819102E+00	0.4405441E-07
0.2740793E+00	0.2240457E-03	0.3213641E-01	0.4046159E-07
-0.2951941E-02	0.1693355E-04		

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj} (\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
-0.9027201E-04	0.1210160E+01	0.7543393E-01
0.1062139E-03	0.1190225E+01	0.1295540E+01
-0.1915295E-03	0.6823485E+00	0.4545755E+01
0.5548928E-03	0.9958686E+00	0.1161551E+02
-0.5999149E-03	0.8349141E+00	0.3446654E+02
0.7609229E-03	0.6033823E+00	0.9625633E+02
-0.6479551E-03	0.5030242E+00	0.2020405E+03
-0.2974888E-02	0.6617109E+00	0.2829948E+03
0.1393953E-02	0.3500514E+00	0.5540168E+03
0.1584212E-01	0.8921662E+00	0.8132945E+03
-0.5438911E-02	0.5882551E+00	0.1665640E+04
-0.5373319E-01	0.9181252E+00	0.2286460E+04
-0.4146200E-02	0.3496979E+00	0.2848904E+04
0.1492581E-01	0.4389026E+00	0.4485056E+04
0.8353218E-01	0.7685940E+00	0.5729397E+04
-0.2358863E-02	0.3305803E+00	0.9035810E+04
0.3032413E-01	0.6400649E+00	0.1426741E+05
-0.3804750E-02	0.3295103E+00	0.1578619E+05
0.8524084E-02	0.6167239E+00	0.2311190E+05
-0.7951673E-02	0.7305170E+00	0.5648054E+05
0.4525325E-03	0.3076122E+00	0.1021276E+06
0.6053945E-02	0.5591415E+00	0.1267172E+06
-0.8092977E-02	0.3964118E+00	0.2068135E+06
-0.6079331E-01	0.5715029E+00	0.3482847E+06
0.2746413E-01	0.4698969E+00	0.9018686E+06
0.1283251E-01	0.3524645E+00	0.1403395E+07
-0.1534373E-01	0.5575324E+00	0.2726019E+07

減衰特性 (1,2) 要素、=0.6672720E-03, =-0.1406457E+00

k_i	t_{di}	k_i	t_{di}
-0.1493532E-03	0.7900560E+01	0.9828859E-02	0.1239113E-04
-0.5802087E-03	0.8210677E+00	-0.6605599E-03	0.6366198E-05
-0.5459566E-03	0.1653737E+00	-0.1991919E-01	0.3175559E-05
0.5459566E-03	0.6070303E-01	-0.1775215E+00	0.1821918E-05
-0.7747164E-02	0.3285919E-01	-0.9828859E-02	0.1396449E-05
0.1262985E-01	0.2534430E-01	0.5064275E+00	0.1357671E-05
-0.7567590E-03	0.2003642E-01	0.1262421E+00	0.9969126E-06
0.6671465E-03	0.1402550E-01	-0.1950648E+00	0.8838975E-06
-0.1517497E-02	0.6290094E-02	-0.8293041E-01	0.7720008E-06
0.4977052E-02	0.3446037E-02	-0.1262421E+00	0.5093808E-06
-0.8684554E-03	0.2775839E-02	0.8293041E-01	0.5024252E-06
0.1412968E-01	0.6399128E-03	0.1950648E+00	0.4706333E-06
0.6485804E+00	0.1043348E-03	0.3022115E-01	0.2472354E-06
-0.6504578E+00	0.4362222E-04	-0.5064275E+00	0.1784866E-06
-0.1592965E-02	0.3997791E-04	0.1258571E+00	0.1402550E-06
0.1775215E+00	0.2626879E-04	-0.1212632E-01	0.4435251E-07

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj}(\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
-0.7325340E-04	0.1543878E+01	0.3264813E+00
-0.5905035E-04	0.6105192E+00	0.3817911E+01
0.1305239E-03	0.7051234E+00	0.9710798E+01
-0.2949781E-03	0.1087288E+01	0.2838727E+02
0.1935651E-03	0.1163115E+01	0.9478015E+02
-0.1290465E-02	0.8898615E+00	0.4625828E+03
0.7076329E-03	0.4472924E+00	0.8376912E+03
-0.4624807E-03	0.3807344E+00	0.1031320E+04
0.2998536E-02	0.4314775E+00	0.1077743E+04
-0.3157204E-02	0.2693301E+00	0.1856172E+04
-0.1821757E-01	0.5845166E+00	0.2456582E+04
-0.2079291E-02	0.8561310E+00	0.2838514E+04
-0.2231881E-02	0.2385520E+00	0.3070454E+04
0.4714956E-02	0.3835840E+00	0.4479870E+04
0.9101044E-01	0.8184571E+00	0.5249362E+04
0.8126563E-02	0.1825964E+00	0.6006068E+04
-0.2471144E-01	0.4512973E+00	0.9349365E+04
0.7740640E-02	0.3242486E+00	0.1388683E+05
0.2924088E-02	0.5414320E+00	0.2529411E+05
-0.3364021E-02	0.6381547E+00	0.6245517E+05
0.8820614E-02	0.9913724E+00	0.1587420E+06
-0.3103256E-02	0.2001256E+00	0.2422226E+06
0.1403938E-01	0.2805140E+00	0.3452929E+06
0.3645311E-01	0.6513678E+00	0.7255403E+06
-0.4082994E-02	0.1610007E+00	0.7807989E+06
0.1140480E-01	0.4643924E+00	0.1104740E+07
0.1341501E-02	0.2581173E+00	0.1373751E+07
-0.3588126E-02	0.5056726E+00	0.2077726E+07
-0.2538164E-02	0.3978314E+00	0.2775340E+07

5.1.2 回路枠サージアドミタンス

付表5.1(b) 回路枠サージアドミタンス近似諸元

要素番号	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_2(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	15	21	0.044
(2, 1)	20	15	0.037
(2, 2)	17	12	0.056
(3, 1)	18	27	0.138
(3, 2)	17	21	0.031
(3, 3)	16	17	0.061

サージアドミタンス (1, 1) 要素、 = 0.2803567E-02

k_i	l_{di}	k_i	l_{di}
-0.1335911E-04	0.1573687E+03	-0.2300793E-04	0.3849770E-02
-0.5985352E-04	0.4700452E+02	-0.1062944E-04	0.4709714E-03
-0.2183544E-03	0.5833672E+01	-0.1816991E-04	0.1414623E-03
-0.6068228E-03	0.6839536E+00	-0.1305768E-04	0.3147343E-04
0.1582129E-03	0.1199214E+00	-0.1901975E-04	0.6346883E-05
-0.1619467E-02	0.9477728E-01	0.4665708E-05	0.3097348E-05
-0.4584473E-04	0.3563036E-01	-0.1975783E-04	0.5761140E-06
-0.2697218E-03	0.1433633E-01		

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj} (\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
-0.1236417E-05	0.6208818E+00	0.4277615E-02
0.5837554E-05	0.9637194E+00	0.1247979E-01
0.6007646E-06	0.4884345E+00	0.1623330E-01
-0.2237344E-05	0.5096349E+00	0.2790601E-01
-0.1047145E-04	0.8039637E+00	0.3887464E-01
-0.1405767E-05	0.3985337E+00	0.5130324E-01
0.5820156E-05	0.3843560E+00	0.8716111E-01
0.1425343E-04	0.4933397E+00	0.1222071E+00
-0.1219475E-05	0.1461845E+00	0.1230897E+00
0.4430777E-05	0.4216270E+00	0.1646314E+00
-0.5747738E-05	0.3921852E+00	0.2615995E+00
-0.1490608E-04	0.5460941E+00	0.3472685E+00
-0.4669284E-05	0.2971611E+00	0.4568233E+00
0.3467657E-05	0.3674641E+00	0.7126013E+00
0.3317285E-04	0.8855200E+00	0.9795879E+00
0.3694062E-05	0.5049292E+00	0.1295892E+01
-0.1705988E-04	0.5996057E+00	0.2537105E+01
-0.6508653E-05	0.4338813E+00	0.3619023E+01
0.9940144E-05	0.7881188E+00	0.7404865E+01
-0.1374059E-05	0.1656485E+01	0.2253737E+04
-0.7229087E-07	0.2459582E+00	0.3858545E+06

サージアドミタンス (1, 2) 要素、 = -0.9621566E-03

k_i	l_{di}	k_i	l_{di}
0.4009342E-05	0.1004200E+03	0.8986473E-03	0.8037043E-01
-0.3015274E-05	0.4435252E+02	0.1367779E-04	0.3523045E-01
0.1740574E-04	0.2310866E+02	-0.7350546E-04	0.8182493E-02
0.3015274E-05	0.9051535E+01	-0.8973325E-05	0.6610439E-03
-0.9230335E-05	0.4361605E+01	-0.1006955E-04	0.7875595E-04
0.5011303E-04	0.2985220E+01	-0.1690623E-04	0.1336767E-04
-0.2342614E-04	0.1250024E+01	-0.6261466E-05	0.3211605E-05
0.8883722E-04	0.5647032E+00	-0.1040742E-04	0.1511772E-05
0.3053058E-04	0.3563035E+00	-0.8516789E-05	0.3114385E-06
0.2342614E-04	0.2551069E+00	-0.4257844E-05	0.5132164E-07

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj} (\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
-0.5665247E-06	0.4320338E+00	0.3765873E-02
-0.3304496E-06	0.5281623E+00	0.5286357E-02
-0.2098038E-05	0.1254756E+01	0.2995808E-01
0.3168090E-06	0.3713258E+00	0.7495742E-01
0.7231714E-06	0.4519074E+00	0.2771236E+00
-0.2147308E-05	0.3919508E+00	0.4993479E+00
-0.9238277E-05	0.5686059E+00	0.7110257E+00
-0.1835552E-04	0.8451884E+00	0.1068284E+01
0.5701761E-05	0.5903100E+00	0.2214216E+01
0.2308559E-04	0.8628507E+00	0.3000326E+01
0.7882823E-05	0.5780330E+00	0.4543964E+01
-0.1099355E-05	0.5533851E+00	0.1011951E+02
0.1836912E-05	0.9257845E+00	0.2292962E+02
0.8053925E-06	0.1754218E+01	0.6793252E+04
0.4376346E-06	0.8446337E+00	0.7290731E+05

5.2 第2回路

5.2.1 回路杵減衰特性

付表5.2(a) 回路杵減衰特性近似諸元

要素番号	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_2(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	14	21	0.14
(1, 2)	18	20	5.53
(1, 3)	22	25	2.65
(2, 1)	19	16	6.06
(2, 2)	13	18	0.30
(2, 3)	20	21	1.97
(3, 1)	21	24	2.38
(3, 2)	18	15	2.24
(3, 3)	16	26	0.15

減衰特性 (1, 1) 要素、 $=0.6672697E-03$, $=0.1086699E-02$

k_i	l_{di}	k_i	l_{di}
-0.5890134E-03	0.1402550E+03	0.2879859E-01	0.8006032E-04
0.5890134E-03	0.2862346E+02	0.2572322E+00	0.5088887E-05
0.1019889E-02	0.3583244E+01	-0.4435519E-01	0.2178760E-05
0.2271787E-02	0.4940036E+00	0.1232618E+00	0.8627526E-06
0.2555736E-02	0.9803374E-01	-0.1657485E-01	0.2222891E-06
0.1981926E-03	0.1981154E-02	0.6279555E+00	0.1399432E-06
-0.6230950E-03	0.6019779E-03	0.1657485E-01	0.4536513E-07

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj} (\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
0.9085565E-04	0.1122739E+01	0.5542254E-01
-0.1111114E-03	0.9290784E+00	0.1821157E+00
0.1371337E-03	0.1051900E+01	0.5294221E+00
0.8623122E-04	0.8095307E+00	0.5671983E+03
-0.3513408E-02	0.1981989E+01	0.8213359E+03
0.3742318E-02	0.1580100E+01	0.3263389E+04
-0.2752320E-02	0.1168999E+01	0.1101879E+05
0.2093032E-02	0.4192683E+00	0.2624157E+05
-0.1356160E-02	0.3875527E+00	0.4604670E+05
-0.1578330E-01	0.6963037E+00	0.6273573E+05
-0.2310641E-02	0.3090850E+00	0.7839246E+05
0.7838263E-02	0.5170157E+00	0.1182982E+06
0.5224527E-01	0.8042157E+00	0.1542907E+06
0.4402534E-02	0.2969364E+00	0.1943416E+06
0.1261661E-01	0.2654680E+00	0.2987562E+06
-0.1629671E-01	0.3079552E+00	0.4402992E+06
-0.7139495E-02	0.2885157E+00	0.5101325E+06
0.1301736E-01	0.6605115E+00	0.6598699E+06
0.1641129E-01	0.4827058E+00	0.6845673E+06
-0.8675700E-02	0.8066742E+00	0.7058971E+06
0.2869191E-01	0.8322749E+00	0.2122618E+07

減衰特性 (1, 2) 要素、=0.6672697E-03, =0.1086699E-02

k_i	l_{di}	k_i	l_{di}
-0.3660478E-03	0.3128580E+00	0.1193707E+00	0.1126731E-04
-0.1831309E-03	0.5711137E-01	-0.4941896E-02	0.8949944E-05
-0.1839937E-03	0.4485596E-01	0.7469554E-02	0.4624954E-05
0.6869456E-03	0.1264213E-02	-0.1359552E-01	0.4485596E-06
-0.3500783E-02	0.3728302E-03	0.1307749E+00	0.1573686E-06
0.9326071E-02	0.1256623E-03	0.7205005E-01	0.6420586E-07
-0.3706964E-01	0.4396537E-04	-0.7469554E-02	0.5476871E-07
-0.4258299E-03	0.2862346E-04	-0.7205005E-01	0.3255284E-07
0.3706964E-01	0.1155019E-04	-0.1307749E+00	0.3211605E-07

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj} (\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
-0.2198671E-03	0.7911512E+00	0.4990551E+03
0.4473614E-03	0.7969844E+00	0.1302046E+04
-0.9593319E-03	0.6435958E+00	0.3089229E+04
-0.7220829E-02	0.1198848E+01	0.5029931E+04
0.2152937E-02	0.5301070E+00	0.1246504E+05
0.2106206E-01	0.1138570E+01	0.1777799E+05
0.1603346E-02	0.4996569E+00	0.2301665E+05
-0.9227956E-02	0.5242666E+00	0.4384850E+05
0.1409019E-02	0.4983393E+00	0.6208911E+05
-0.7602474E-01	0.1031726E+01	0.6394500E+05
-0.7245373E-02	0.4246122E+00	0.8062630E+05
-0.1687469E-02	0.3304913E+00	0.9164358E+05
0.1272257E-02	0.2810562E+00	0.1136981E+06
0.6132829E-02	0.2928703E+00	0.1250950E+06
0.4309107E-01	0.5462940E+00	0.1567538E+06
0.4557509E-02	0.2918727E+00	0.1988870E+06
-0.2642516E-02	0.3621748E+00	0.2857914E+06
0.1650241E-01	0.7507386E+00	0.8979191E+06
-0.1085639E-01	0.2950497E+00	0.1411042E+07
-0.2480323E-02	0.2616836E+00	0.4497306E+07

5.2.2 回路枠サージアドミタンス

付表5.2(b) 回路枠サージアドミタンス近似諸元

要素番号	一次項数 $f_1(s)$	二次項数 $f_3(s)$	平均誤差(%) E_{ij}
(1, 1)	14	15	0.026
(2, 1)	20	10	0.034
(2, 2)	17	13	0.024
(3, 1)	21	9	0.090
(3, 2)	15	13	0.032
(3, 3)	13	15	0.043

サージアドミタンス (1, 1) 要素、 = 0.3688833E-02

k_i	t_{di}	k_i	t_{di}
-0.9172285E-05	0.1126731E+03	-0.2521820E-03	0.2327206E-01
-0.9036186E-04	0.4164784E+02	0.3017216E-04	0.5711133E-02
0.2392846E-04	0.5032922E+01	-0.5088329E-05	0.7029402E-03
-0.2670077E-03	0.4479762E+01	-0.1091513E-04	0.2039700E-03
-0.7639562E-03	0.5701170E+00	-0.5743173E-05	0.1907503E-04
0.2220922E-03	0.1114085E+00	-0.2175426E-05	0.2312936E-05
-0.2511937E-02	0.8597003E-01	-0.2456531E-05	0.2026386E-06

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj} (\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
-0.1083652E-04	0.1568753E+01	0.5167947E-02
0.9434908E-05	0.1287960E+01	0.1997715E-01
0.1688405E-05	0.3365099E+00	0.6760582E-01
0.7276172E-05	0.3075137E+00	0.8379453E-01
0.2635792E-05	0.3562771E+00	0.9294694E-01
0.2945926E-04	0.6474428E+00	0.1306133E+00
-0.2513314E-05	0.4264929E+00	0.1310590E+00
0.9872398E-05	0.4233066E+00	0.1940649E+00
0.8364020E-06	0.3814207E+00	0.2159777E+00
-0.1649634E-04	0.6554706E+00	0.3974786E+00
0.4447154E-05	0.3955624E+00	0.7826554E+00
0.6236913E-04	0.1060159E+01	0.1113714E+01
-0.1908208E-04	0.6969419E+00	0.2854264E+01
0.1398807E-04	0.7984720E+00	0.7215087E+01
-0.8891975E-05	0.1213784E+01	0.2320499E+02

サージアドミタンス (1, 2) 要素、 $= -0.4445951E-03$

k_i	l_{di}	k_i	l_{di}
-0.1017530E-05	0.1114084E+03	-0.6196048E-05	0.1059830E+00
0.4506008E-05	0.5012568E+02	0.3870179E-03	0.4574533E-01
0.1017530E-05	0.2273642E+02	-0.3021907E-05	0.3248949E-02
-0.3811106E-05	0.9929289E+01	0.1855419E-05	0.5593955E-03
0.1458173E-04	0.6864819E+01	0.2464885E-05	0.1416756E-03
0.3917400E-05	0.2248125E+01	0.2141013E-06	0.1250024E-04
0.3811106E-05	0.2026386E+01	-0.4848093E-06	0.3997792E-05
-0.5253312E-05	0.8849490E+00	-0.2141013E-06	0.2551068E-05
0.3921019E-04	0.6110261E+00	-0.7856801E-06	0.1207964E-05
0.5253312E-05	0.1806018E+00	-0.1823741E-05	0.1760108E-06

k_{qj}	ζ_{qj}	$f_{nj} (\omega_{nj} = 2\pi f_{nj})$
-0.5780905E-06	0.1226917E+01	0.1399048E-01
0.2148750E-06	0.7559463E+00	0.3972067E-01
-0.1045879E-06	0.5373999E+00	0.8826407E-01
-0.1216938E-05	0.1098117E+01	0.1413337E+00
0.7043117E-06	0.7357103E+00	0.3919514E+00
-0.7888984E-06	0.6353711E+00	0.9449911E+00
0.1379503E-05	0.7770869E+00	0.2386269E+01
-0.6707384E-06	0.9493127E+00	0.6994999E+01
0.5811648E-06	0.9657937E+00	0.2801497E+02
0.6836672E-06	0.3567659E+00	0.7360161E+06

6. ENTP (v1.2) の近似誤差指標と近似誤差

6.1 近似誤差指標 (E_{entp})

$$E_{entp} = \sqrt{\sum_{i=1}^N \{ |W(\omega_i)| - |F(\omega_i)| \}^2 / N} / W_{\max}$$

ここで、 $W(\omega_i)$ および $F(\omega_i)$ はそれぞれ与えられた周波数特性および近似周波数特性であり、 N および W_{\max} はデータ点数および与えられた周波数特性の最大絶対値である。

6.2 近似誤差

下表に示すとおりである。

表6.2.1 モード枠モデルの近似誤差
近似周波数範囲: 0.001Hz-10MHz

線路種別		交流一回線	交流二回線	直流二回線
平均近似 誤差 $E_{entp}(\%)$	減衰特性	0.15	0.23	0.28
	サージインピーダンス	0.033	0.089	0.128

著者発表論文目録

- (1) 猪野朋敦：「不平衡系統に接続されたコンバータの高調波（そのⅠ）」，
神奈川大学工学部研究報告，第10号，pp. 24-32，昭和47年3月
- (2) 猪野朋敦：「第3高調波注入法による2重6相ブリッジコンバータの高調波縮小
について」，神奈川大学工学部研究報告，第11号，pp. 53-57，昭和48年3月
- (3) 猪野朋敦：「不平衡線路に接続されたコンバータ転流電圧不平衡に関する一解析
方法」，昭和49年電気学会全国大会，No. 786
- (4) 猪野，吉田，町田：「単独発電機からの直流送電－汐流制御に必要な協調制御方
式の検討－」，昭和53年電気学会全国大会，No. 765
- (5) 吉田，猪野，町田：「単独発電機からの直流送電－交流電圧変動時の振動現象
と防止対策－」，昭和53年電気学会全国大会，No. 766
- (6) 猪野朋敦，吉田幸雄：「単独発電機系からの直流送電」，
神奈川大学工学研究所所報，第1号，pp. 60-75，昭和53年8月
- (7) 吉田，町田，猪野：「ループ送電系統への直流送電の適用効果」，
昭和53年電気学会東京支部大会，No. 34
- (8) 猪野朋敦，吉田幸雄：直流送電における多相整流方式の交流側高調波，
昭和53年電気学会東京支部大会，No. 35
- (9) 村田，猪野，三宝：「交直連系系統における変圧器タップ制御への一考察」，
昭和55年電気学会全国大会，No. 854
- (10) 猪野，吉田，三宝：「直流連系系統の静止無効電力調整による安定度向上につい
て」，昭和56年電気学会全国大会，No. 931
- (11) 猪野，村田，三宝：「多端子直流系統の簡略電圧安定度判別法による一考察」，
昭和56年電気学会全国大会，No. 937
- (12) 猪野朋敦，三宝義照：「EMTPによるネルソンリバー直流系統のシミュレーショ
ン」，昭和60年電気学会全国大会，No. 999
- (13) T. Ino, M.R. Iravani & R.M. Mathur: 'An initialization method for simulation of HVDC
systems by EMTP', EMTP NEWS LETTER, Vol.5, No.1, pp. 34-42, January 1985
- (14) T. Ino, R.M. Mathur, M.R. Iravani & S. Sasaki: 'Validation of digital simulation of DC
links-Part II', IEEE Trans., Vol. PAS-104, No.9, pp.2596-2602, September 1985.

- (15) T. Ino, R.M. Mathur & Y. Sambo: 'Validation of digital simulation of systems including HVDC links using EMTP'; 神奈川大学工学部研究報告, 第 25 号, pp. 22-28, 昭和 62 年 3 月
- (16) 猪野朋敦:「不平衡送電線路における周波数依存効果の新表現」, 電学論B, 109 巻, 7 号, p. 337, 平成元年 7 月
- (17) 猪野朋敦:「二回線直流送電線路における周波数依存効果の高精度表現法」, 電学論B, 110 巻, 5 号, pp. 395-403, 平成 2 年 5 月
- (18) 猪野朋敦, 上之園親佐:「不平衡送電線路における相領域周波数依存特性の一近似手法」, 電学論B, 113 巻 12 号, pp. 1446-1447, 平成 5 年 12 月
- (19) 猪野朋敦, 上之園親佐:「架空送電線路の過渡現象解析におけるマルチステップの適用」, 電学論B, 113 巻 12 号, pp. 1448-1449, 平成 5 年 12 月
- (20) 猪野朋敦, 上之園親佐:「二回線直流送電線路の高精度等価回路の一考察」, 電学論B, 114 巻 5 号, pp. 452-459, 平成 6 年 5 月
- (21) 猪野朋敦, 上之園親佐:「ベルジェロン法による不平衡線路の相枠過渡現象解析モデルの検討」, 電学論B, 115 巻 9 号, pp. 1029-1037, 平成 7 年 9 月

正 誤 表

	誤	正
44 ページ目 下から 5 行目	$\cdots t_{d1}, t_{d1} \cdots \zeta_{q1}, \zeta_{q1} \cdots$	$\cdots t_{d1}, t_{d2} \cdots \zeta_{q1}, \zeta_{q2} \cdots$
45 ページ目 図 3.2.1 (a), (b)	$t_{d1} = 1.0$	$t_d = 1.0$
47 ページ目 下から 5 行目	$\cdots t_{d1}, t_{d1} \cdots \zeta_{q1}, \zeta_{q1} \cdots$	$\cdots t_{d1}, t_{d2} \cdots \zeta_{q1}, \zeta_{q2} \cdots$
49 ページ目 上から 7 行目	$(0 < \zeta < 2)$	$(0 < \zeta_q < 2)$
57 ページ目 (3.2.21) 式 添字	$n\tau k$	$n\tau m$
94 ページ目 図 4.2.6	k_p, t_d の決定	k_p, t_{d1}, t_{d2} の決定
同 上	k_q, ζ_q, ω_q の決定	k_q, ζ_q, ω_n の決定
105 ページ目 下から 9 行目	$\cdot \cdot V_{c1j,n}$ は次式で	$\cdot \cdot V_{c2j,n}$ は次式で
130 ページ目 下から 3 行目	図 (b)	図 (a)
138 ページ目 (6.3.1c) 式 の下 1 行目	h_f, h_s はそれぞれ	h_s, h_f はそれぞれ